R.P.ファインマン／S.ワインバーグ

素粒子と物理法則

窮極の物理法則を求めて

Elementary Particles and the Laws of Physics

小林澈郎訳

培風館

R.P.ファインマン/S.ワインバーグ

素粒子と物理法則

窮極の物理法則を求めて

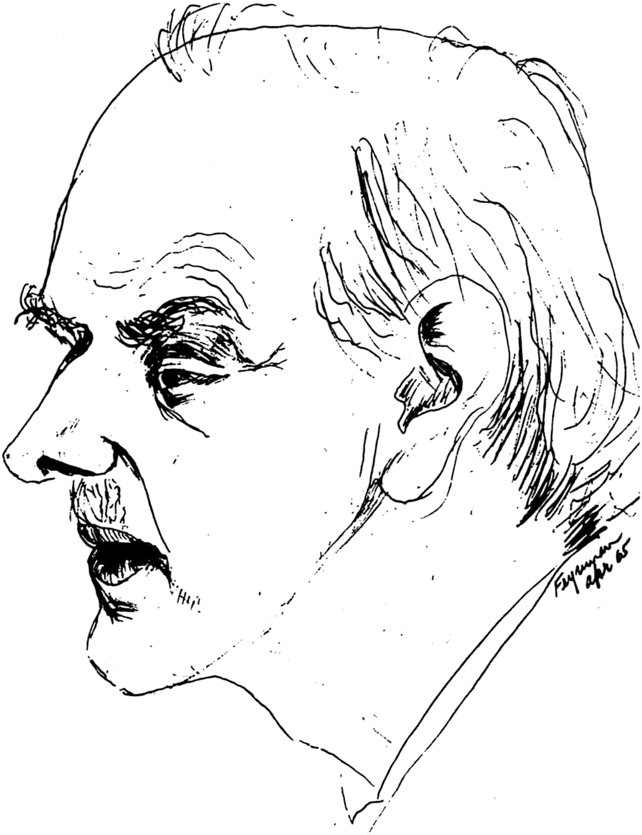
Elementary Particles
and
the Laws of Physics

小林澈郎訳

培風館

ELEMENTARY PARTICLES AND THE LAWS OF PHYSICS:
the 1986 Dirac memorial lectures

Richard P. Feynman and Steven Weinberg;
lecture notes compiles by Richard Mackenzie and Paul Doust



ファインマンによるP. A. M. ディラックのスケッチ

目　　次

編集者まえおき

ジョン・C・テイラー
ケンブリッジ大学

ポール・ディラックは今世紀のもっともすばらしい物理学者の一人であった。量子力学の進展は世紀の変わり目のころに始まった。しかし，1925,6年ごろ，ニュートン力学と同じように有無を言わせず通用する新しい理論を創り上げて，量子論に最終的な形をもたらしたのはほかならぬディラックであった。

ディラックがただちに手をつけたのは，量子論とアインシュタインの特殊相対論を矛盾しないように結びつけることであった。このすばらしい二つの理論が一つに結びつけられたということの特質と，それから生まれた成果が1925年以来今日に至るまで基礎物理学の問題を絶えず先取りしてきたのであった。1930年の反物質の存在の予言も含めて，ディラックは他の誰にもましてこの重大な冒険に満ちた研究活動に寄与してきたのであった。

1984年ディラックが亡くなると，セント・ジョーンズカレッジ(ディラックが属していたカレッジ)の好意によって，毎年ケンブリッジ大学でディラック記念講演を開催する基金が創設された。ここに出版する運びとなった第一回の二つの

ディラック記念講演は，量子論と相対論を結びつけるというディラックのテーマの対照的なヴァリエーションである。

リチャード・ファインマンは第二次大戦中以来ずっと，ディラックの相対論的量子論を発展させて他人の追随を許さず，粒子と輻射の相互作用について物理的に意味のある予言を可能にする一般的で強力な方法を創り上げたのである。その業績はディラックの業績と比べると驚くほど対照的で，それぞれ相手の持っていないものを持っているのである。ファインマンが物理をやるスタイルの影響力たるや大変なものである。この講演でも，反物質に関するディラックの予言の基礎をなす物理的実在の詳しい説明を通して，ファインマン物理の独特な趣きを味わうことができるであろう。

相対論的量子論が今日達成した最大の成果は，片や電気と磁気(これ自体は一世紀前にマクスウェルが電磁気学として一つに統一した)，片や放射性元素崩壊にあずかる弱い力，これら二つを一つの力に統一したことである。スティーヴン・ワインバーグはこの統一理論を作り上げ，新しい粒子の存在とその性質を予言した研究者の中心人物の一人である。その後すぐにこの粒子は，1983 年ジュネーヴのヨーロッパ連合原子核研究所セルン(CERN)で予言通り発見されたのである。それは半世紀前のディラックの陽電子の理論的予言と，それに続く実験的発見に相応じるものと言えよう。もっとも陽電子を作り出すのに必要なエネルギーは今度の新粒子の場合の 10 万分の 1 ではあるけれども。

ワインバーグはこの講演の中で，量子論と相対論が自然法

則をどれほどかたく結びつけているか，ということを明らかにし，アインシュタインの重力理論(1915年の一般相対論)が，どのようにして量子論と調和するかという問題について推測をめぐらせる。

この二人のすぐれた物理学者が，ディラック記念講演を引受け，ケンブリッジを訪れて下さったことは，われわれケンブリッジの者として本当にうれしいことである。二人とも，数百人の学部，大学院学生の聴衆——物理の学生もいれれば他の専攻の学生もいる——をすっかり魅了してしまったのである。ファインマンもワインバーグもいずれも専門外の人々に物理を説明することに深い関心を持っているので，本書が広い読者層の興味をそそることを希望するものである。

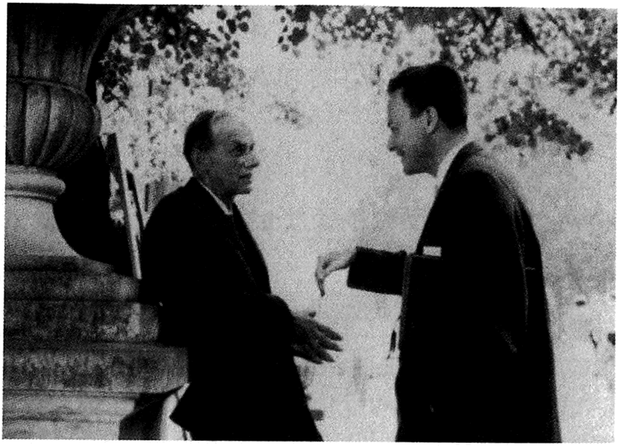
ディラックは，物理に対する彼の哲学を“物理法則は数学的な美しさを持たなければならない”と言っている。ディラック，ファインマン，ワインバーグそれぞれ美しい理論を作り上げ，それらがみごとに実験によって確認されたのである。しかし実験に関することは本講演の範囲外であり別の話である。

ジョン・テイラー

1987年9月

1 反粒子はなぜ存在するのだろうか

R. P. ファインマン



ポール・ディラック　　リチャード・ファインマン

この講演の標題はやや不完全かもしれません。と申しますのは，実は私は二つのテーマについてお話したいと思っているからであります。第一は，反粒子はなぜ存在するのか，第二は，スピンと統計の関係についてお話したい。私が若かったころ，ディラックは私にとってはヒーローでした。彼は古い物理学の枠を突き破って穴をあけたのです。つまり，新しい物理学の方法を創り出したのです。現在，私たちがディラック方程式と呼んでいる方程式の形を，ディラックは大胆にも推測だけから決定し，その物理的解釈は後でつけたのです。かつてマクスウェルもいわゆるマクスウェル方程式を発見しましたが，こちらは，膨大な数の歯車がかみ合うように関連する現象の中から，それらを統一するという観点に立っ

ています。

私はここでお話できることを大変光栄に思っております。何と言ってもディラックは私のヒーローだった，いや，依然としてヒーローなのですから。ディラックの記念講演でお話ができるなんて実にすばらしいことではないかというわけで，このお招きには応じないわけにいきませんでした。

彼の発見した電子の相対論的方程式によって，ディラックは初めて量子力学と相対論を結婚させたのです。まずディラックは，方程式の形から当然要求されるスピン，つまり電子に固有の角運動量が鍵だ，スピンこそ相対論的量子力学の基本的な帰結であると考えました。ところが，方程式を解いてみると，方程式自身が負エネルギーの解を持つことがわかりました。結局，この負エネルギーの困難が，量子力学と相対論を結びつける決定的なアイディアは反粒子の存在にほかならない，ということを明らかにしたのです。これがわかってしまえば，パウリとワイスコップが証明したように，どんなスピンを持った粒子に対しても理論を作ることができます。そこで私は，考え方の順序をひっくり返して，量子力学と相対論を結びつけようとすると，なぜ反粒子が存在しなくてはならないのか，という話から始めたいと思います。

この考え方を進めていくと，もう一つの大きなミステリーとも言うべきパウリの排他律が理解できるのです。パウリの排他律とは，一対のスピン 1/2 の粒子の波動関数において，2 個の粒子を交換した状態の波動関数は，元の波動関数にマイナス符号をつけたものである，ということです。仮に自然

が非相対論的に作られていたとすれば，つまり，物事が非相対論的に始まったとすれば，その後いつまでも非相対論的であり続けるだろう，ということを示すのは難しくありません。したがって，問題は創造そのものにまでさかのぼることになりますが，創造のわざがどのように行われたかは誰にもわかりません。けれども，反粒子が存在すれば，粒子と反粒子の対発生が可能になります。たとえば電子と陽電子の対発生です。ところで，対発生で電子と陽電子が創られたとき，この新しく創られた電子と最初からあった電子とが，なぜ反対称でなければならないのか，これは不思議なことです。つまり，なぜ電子はすでに最初にあった状態の一つと同じ状態をとることができないのか，という問題です。すると，粒子と反粒子の存在から次のようなごく単純な疑問が湧いてきます。2組の電子・陽電子対を考えて，直接そのまま対消滅する振幅と，入れ換わってから対消滅する振幅とを比較してみましょう。なぜ符号が違うのでしょうか。

こういう問題はすべてとうの昔に記号や演算子をたくさん使ってきれいに解かれています。それがディラック流に言えば最も簡単な手法なのです。私は，マクスウェル流の歯車をうまくかみ合わせるという視点に戻って，いまお話したようなことが，さして不思議なことではなさそうだとわかっていただけるように努力して話を進めましょう。これからお話する内容は，すでにわかっていることに何かつけ加えるわけではありませんが，ただ私流に筋道立ててお話してみたい。したがって，ここでは物事はどのように進むのか，第一に，な

ぜ反粒子が存在しなければならないか，を問題にしましょう。

相対論と反粒子

ふつうの非相対論的量子力学で，始状態 ϕ_0 にあった粒子に摂動ポテンシャル U が働くと，その結果粒子は ϕ_0 とは異なる状態に移ります。位相因子は別として，$\hbar=1$ の単位をとると，始状態 ϕ_0 から終状態 χ に移る振幅は，χ と $U\phi_0$ の内積をとることによって得られます。

$$\mathrm{Amp}_{\phi_0\to\chi}=-i\int d^3\boldsymbol{x}\,\chi^*U\phi_0=-i\langle\chi|U|\phi_0\rangle \quad (1)$$

$\langle\chi|U|\phi_0\rangle$ は，ディラックが発明したエレガントなブラとケット記号を使って表した振幅ですが，ここではブラやケットはそうひんぱんには使いません。(1)は，相対論的量子力学でも正しいものと仮定します。

さて，時刻 t_1 とその後の時刻 t_2 とで2回摂動が働いた場合を考えましょう。2回目の摂動の結果，粒子が始状態 ϕ_0 に戻る振幅を知りたい。時刻 t_1 で働く最初の摂動を U_1，時刻 t_2 で働く第二の摂動を U_2 とします。摂動 U_1，t_1 から t_2 までの時間発展，摂動 U_2 と引き続いて起こる過程を，摂動論を使って表さなければなりません。もちろん，可能な過程の中で最も簡単なのは，ϕ_0 から ϕ_0 に直接いくもので，その振幅は $\langle\phi_0|\phi_0\rangle=1$ です。これは摂動展開の第1項に相当します。展開の次の項は，状態 ϕ_0 に摂動 U_1 が働いて，エネルギー E_m を持ったある中間状態 ψ_m に移り，次の摂動 U_2

が働くまでの時間(t_2-t_1)その状態にあって，摂動U_2で再びϕ_0に戻るという過程に対応します。これをあらゆる可能な中間状態ψ_mについて加えなければなりません。すると，状態ϕ_0から出発して最終的に同じ状態ϕ_0に戻る全振幅は

$$\mathrm{Amp}_{\phi_0\to\phi_0}=1-\sum_m\langle\phi_0|U_2(\boldsymbol{x}_2)|\psi_m\rangle e^{iEm(t_2-t_1)}$$
$$\times\langle\psi_m|U_1(\boldsymbol{x}_1)|\phi_0\rangle \qquad (2)$$

と書くことができます。(簡単のために，ϕ_0からϕ_0に移る1次の振幅はないと仮定しました。すなわち，$\langle\phi_0|U_1|\phi_0\rangle=0$および$\langle\phi_0|U_2|\phi_0\rangle=0$です。)　中間状態$\psi_m$に平面波を用いて，振幅$\langle\phi_0|U_2|\psi_m\rangle$および$\langle\psi_m|U_1|\phi_0\rangle$を展開すると

$$\mathrm{Amp}_{\phi_0\to\phi_0}$$
$$=1-\int d^3\boldsymbol{x}_1 d^3\boldsymbol{x}_2\int\frac{d^3\boldsymbol{p}}{(2\pi)^3 2E_p}b^*(\boldsymbol{x}_2)$$
$$\times\exp\{-i[E_p(t_2-t_1)-\boldsymbol{p}\cdot(\boldsymbol{x}_2-\boldsymbol{x}_1)]\}a(\boldsymbol{x}_1) \qquad (3)$$

となります。ここに

$$a(\boldsymbol{x}_1)=U_1(\boldsymbol{x}_1)\phi_0(\boldsymbol{x}_1)\sqrt{2E_p},$$
$$b(\boldsymbol{x}_2)=U_2(\boldsymbol{x}_2)\phi_0(\boldsymbol{x}_2)\sqrt{2E_p}$$

で，$E_p=\sqrt{p^2+m^2}$です。mは粒子の質量を表します。わざわざE_pという因子を表に出したのは，$d^3\boldsymbol{p}/(2\pi)^3 2E_p$が相対論的不変量ですから，振幅の相対論的性質が一見して明らかになるようにしておくためです。この過程は図1のように表すことができます。

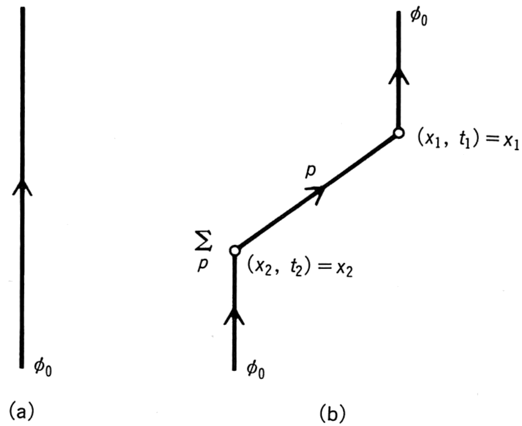


図 1　$\phi_0 \to \phi_0$ の遷移振幅に対する二つの寄与。（a）直接遷移，（b）間接遷移

さて，(3)をいくつか特別の場合について調べてみることにしましょう。私の流儀は，まず，ごく簡単な例をいくつかやってみて，それから少し一般的な場合に進むのです。皆さんは簡単な例をよく理解していただきたい。それができれば一般の場合はすぐにわかりますから。これが，何か物事を理解しようというとき，私がいつも使う手です。

中間状態を経由する振幅において，粒子は $\boldsymbol{x}_1$ から $\boldsymbol{x}_2$ に散乱され，中間状態では，粒子の運動量は $\boldsymbol{p}$，エネルギーは E_p です。ここで，エネルギーはすべて正である，と仮定しましょう。もし仮にエネルギーが負だとすれば，粒子を負エネルギーの穴に落としてやって，余って出てきたエネルギーで世界を動かせば，エネルギー問題などすっかり解決するこ

とができるかもしれません。

ところで，びっくりすることがあります。勝手な $a(\boldsymbol{x}_1)$ と $b(\boldsymbol{x}_2)$ に対して振幅を計算してみると（$a(\boldsymbol{x}_1)$ と $b(\boldsymbol{x}_2)$ は $\boldsymbol{p}$ に依存してもかまわない），$\boldsymbol{x}_2$ が $\boldsymbol{x}_1$ の光円錐の外にあれば，この振幅は 0 になることはできない。これは驚きです。だって，そのエネルギーがすべて正であれば，ある一点から出た一連の波を光円錐内部に閉じ込めておくことはできないというのですから。これは次のような数学の定理の結論です。

ある関数 $f(t)$ を正振動数のみでフーリエ分解します。つまり

$$f(t)=\int_0^{\infty}e^{-i\omega t}F(\omega)\,d\omega \qquad (4)$$

と書くことができるならば，$f(t)$ は，いたるところ 0 という無意味な場合は別として，勝手な有限の t の領域に対して 0 になることはない。この定理が成り立つかどうかは $F(\omega)$ に依存し，$F(\omega)$ はいくつかの条件を満足しなくてはなりませんが，その詳細には立ち入らないでおきます。

この定理を見て皆さんはちょっと驚かれたのではないでしょうか。というのは，ある有限の領域で 0 の関数をフーリエ分解することができて，その場合，正振動数の**のみならず**負振動数も入ってくるということを御存知だからです。

この定理を私たちの場合に適用してみましょう。$\boldsymbol{x}_1$ と $\boldsymbol{x}_2$ を固定しておいて，$\boldsymbol{p}$ に関する積分を変数 $\omega=E_p$ に書き換えます。すると積分は(4)の形になりますが，$F(\omega)$ は $\omega<m$ で 0 です。$F(\omega)$ は $\boldsymbol{x}_1$ と $\boldsymbol{x}_2$ に依存しています。定理はそ

のまま適用できて，振幅は勝手な有限の時間間隔に対して0にはなれないことがわかります。とくに，振幅は $\boldsymbol{x}_1$ の光円錐の外部で0になることができません。言い換えると，粒子が光速より速く伝わる振幅が存在することになり，いろいろな振動数成分をどう重ね合わせても(正エネルギーに制限する限り)，この事情から逃れるわけにいきません。

したがって，t_2 が t_1 よりも後の時刻だとすると，空間的(space-like)に離れた2点 $\boldsymbol{x}_1$ と $\boldsymbol{x}_2$ の間を光速以上の速さで伝播する粒子から振幅への寄与があるということになります。

U_1 と U_2 が働く位置が空間的に離れているという事情は座標系に依存しています。これを初めの座標系に対して非常に速く動いている座標系から見れば，t_1 の方が t_2 より後になります(図2参照)。

私たちが見てきた過程は，新しい座標系ではどう見えるでしょうか。時刻 t'_2 以前には1個の粒子がふつうに走っています。ところが，時刻 t'_2 において，一見実に不可解と思われることが起きます。最初考えていた粒子から有限の距離にある点 $\boldsymbol{x}_2$ において，摂動によって一対の粒子が作られ，一方の粒子は見かけ上時間の向きとは逆に進んでいます。時刻 t'_1 において，ふつうに走っていた最初の粒子と，時間と逆向きに走っている粒子が衝突して消滅します。つまり，粒子のエネルギーは正であるべし，という条件と相対論に従うべしという条件をつけると，粒子の対発生と対消滅が必然的となり，対発生した一方の粒子は時間と逆向きに運動する，と

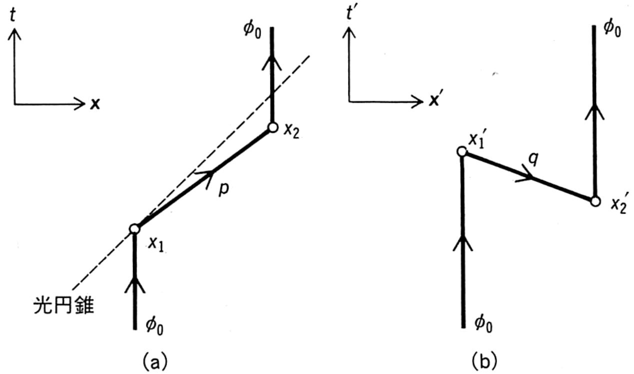


図 2 同じ過程を二つの異なる座標系で見る。
(a) の元の座標系($t_2 > t_1$), (b) (a)の座標系に対して動いている系($t_2' > t_1'$).

いうわけです。時間と逆向きに走る粒子を物理的に解釈するには，粒子に電荷を与えるのがもっとも考えやすいでしょう。図 2(b)で，粒子は $\boldsymbol{x}_1$ から $\boldsymbol{x}_2$ まで走りますが，この間粒子によって正電荷が $\boldsymbol{x}_1$ から $\boldsymbol{x}_2$ まで運ばれたと考えましょう。ところが，$\boldsymbol{x}_2$ は時間的には $\boldsymbol{x}_1$ より前ですから，電荷に着目すれば，負電荷が $\boldsymbol{x}_2$ から $\boldsymbol{x}_1$ へ流れたということになります。

言い換えれば，**反粒子が存在しなければならない**。($\boldsymbol{x}_1$, t_1)における摂動 U_1，($\boldsymbol{x}_1$, t_1)から($\boldsymbol{x}_2$, t_2)への粒子の伝播，($\boldsymbol{x}_2$, t_2)における摂動 U_2 という一連の事象は座標系に依存しているので，一方の座標系の人が仮想粒子と見ているものは，他方の座標系の人にとっては仮想反粒子です。

これまでのことをまとめると，次のように言うことができます。

（1）　反粒子，対発生および対消滅が存在しなければならない。

（2）　反粒子の振舞いは完全に粒子の振舞いによって決められる。

この第二の点について，これからくわしく考えてみることにします。さしあたり次のことを頭に入れておいて下されば十分です。x，y，z，t の符号を逆転すると，それまで時間の流れと同じ向きに走っていた粒子は，時間と逆向きに走ることになります。P を空間反転，つまり，三つの空間方向 (x, y, z) の符号を変える演算子，T を時間反転，つまり，時間の流れの向きを逆転する演算子，C を粒子を反粒子に，また反粒子を粒子に変える荷電共役演算子，と定義すれば，ある状態に P と T とを施した結果は，C を施した結果に等しい。すなわち $PT=C$ が成り立ちます。

スピン0の粒子とボース統計

次に，異なる過程に対するそれぞれの振幅の大きさを調べてみましょう。これがわかると新しい道が開けて，第二のテーマであるスピンと統計の関係について手がかりが得られます。中核となるアイディアはこういうことです。勝手な状態から出発して，途中で何回も摂動を受けた結果終状態に達するとき，すべての可能な終状態が実現する確率を加え合わせた結果は1でなければならない。

最初に非相対論的な例題を一つやってみて，それを相対論的な場合と比較しましょう。始状態 ϕ_0 にいた1個の粒子が摂動を受けて終状態に移っていくという状況を考えます。欲しいのは，粒子がある与えられた終状態にいる確率の摂動論による答です。粒子が摂動を受けた後，再び ϕ_0 に見出される振幅は(3)で与えられましたから，終状態も始状態と同じ ϕ_0 で何も起こっていない確率は，$|1+\alpha|^2=1+\alpha+\alpha^*+\cdots=1+2\,\mathrm{Re}\,\alpha+\cdots$ を用いて

$$\mathrm{Prob}_{\phi_0\to\phi_0}=1-2\,\mathrm{Re}\int d^3\boldsymbol{x}_1 d^3\boldsymbol{x}_2\int\frac{d^3\boldsymbol{p}}{(2\pi)^3 2E_p}b^*(\boldsymbol{x}_2)\times\exp\{-i\,[E_p(t_2-t_1)-\boldsymbol{p}\cdot(\boldsymbol{x}_2-\boldsymbol{x}_1)]\}a(\boldsymbol{x}_1) \qquad (5)$$

となります。

粒子が摂動によって状態 ψ_p に移る振幅は

$$\mathrm{Amp}_{\phi_0\to\psi_p}=-i\int d^3\boldsymbol{x}\,\psi_p{}^*(\boldsymbol{x})\,U(\boldsymbol{x})\,\phi_0(\boldsymbol{x}) \qquad (6)$$

で与えられます。ここで注意しておかなければいけませんが，$\mathrm{Amp}_{\phi_0\to\phi_0}$ を求めるとき，U^0 と U^2 の次数だけ残して，U に関する高次の項は省略しました。(6)でも U^1 だけとって，U^2 やもっと高次の項は無視しています。そこで U^2 の次数までの近似で $\mathrm{Prob}_{\phi_0\to\psi_p}$ を求めると

$$\mathrm{Prob}_{\phi_0\to\psi_p}=\left|-i\int d^3\boldsymbol{x}\,\psi_p{}^*(\boldsymbol{x})\,U(\boldsymbol{x})\,\phi_0(\boldsymbol{x})\right|^2 \qquad (7)$$

となります。全確率は1でなくてはならないから

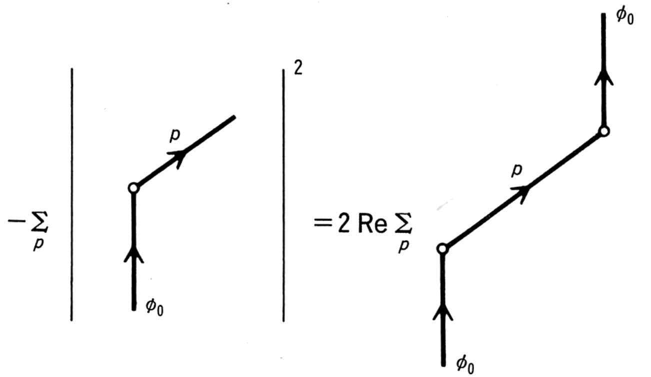


図 3　全確率が1に等しいとすれば，図形の間にこの関係が成り立たなければならない。

$$\mathrm{Prob}_{\phi_0\to\phi_0}+\int\frac{d^3\boldsymbol{p}}{(2\pi)^3 2E_p}\mathrm{Prob}_{\phi_0\to\psi_p}=1 \qquad (8)$$

が成り立ちます。以上のことから，二つの過程，すなわち，摂動によって他の状態へ移る散乱過程と，摂動によって2回散乱されて始状態に戻る過程の間に関係がついたことになります。図3はこれを図式的に表したものです。この関係は，勝手なポテンシャル $U(\boldsymbol{x}, t)$ に対しても実際成り立ちます。それを証明するのはたいして難しいことではありません。

スピン0の粒子の相対論的な場合に話を進めましょう。今度は問題が一つあります。図3のほかに，中間状態が反粒子にもなり得るという事実を考慮する必要があります。つまり，図2(b)のような図形(ダイアグラム)を加えなくてはならない。そして，その図形(ダイアグラム)からの寄与の実数部の2倍を全確率に加えな

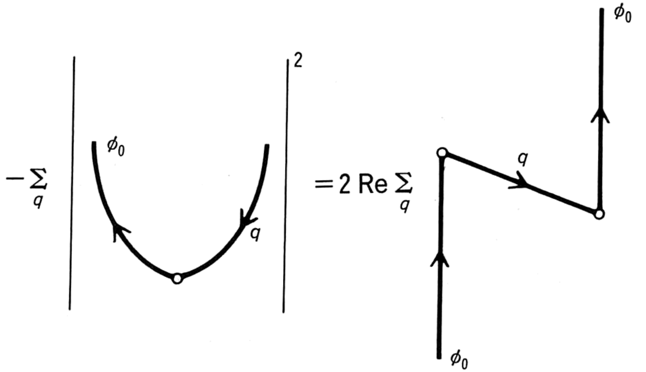


図 4　スピン 0 の粒子に対して反粒子を含むときの図 3 に対応する関係

くてはなりません。一方，全確率を 1 に保つためには，この寄与をちょうど打ち消してくれるものが存在しなければならない。

このからくりを解く鍵は，図 3 に類似した図 4 が示す関係に注意することです。もっとも，この関係は自明ではありませんが，両辺の振幅をそれぞれ計算してやれば正しいことがわかります。

図 4 の左辺は，初めて現れた新しい図形(ダイアグラム)ですが，相対論的な場合には必ず現れ，対発生に対応します。図 4 は状態 ϕ_0 にある粒子との対発生を表しています。これは，全確率に対して負の寄与をしている点に注意して下さい。ですから，全確率の計算に図 4 の左辺の図形(ダイアグラム)に対応する寄与を考慮すれば，全確率は 1 になって，めでたしめでたしというわ

けです。

しかし，単純にこの図形（ダイアグラム）を含めたからと言ってもナンセンスです。その理由は，第一に，図4の左辺は異なる始状態から出発しています。つまり，ϕ_0 からではなく真空からです。第二に，対発生は状態 ϕ_0 にある粒子との間でだけ起こるとは限りません。どんな状態にある粒子との間でも対発生は可能です。私たちの答は正しかったけれども理由が間違っていた。

これまでお話したことは正しい真理ですが，真理をすっかりお話したわけではありません。取り入れるべき図形（ダイアグラム）もいくつか無視してきました。それらを正しく考慮すると，ボース統計の重要な特徴が理解できるのです。すなわち，1個の粒子がある状態にあるとき，その状態にもう1個粒子を作る

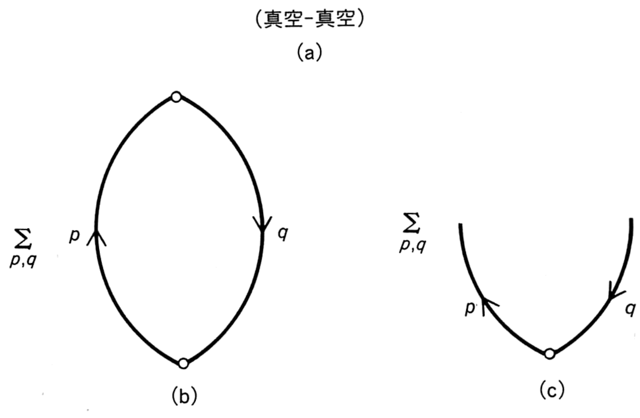


図 5　粒子が存在しない真空状態から始まる諸過程

確率を増大させる傾向があります。

一歩退いて考え直してみましょう。粒子が初め ϕ_0 にいたのではなくて，真空 V(粒子が存在しない状態)にいたと考えて，全確率は 1 であるべし，という例のテーゼをくわしく検討しましょう。非相対論的な場合には，これはどうということもない練習問題です。初め粒子のない状態から出発すれば何にも起こりません。したがって，何も起こらない確率が 1 だということなります。ところが，相対論的な場合は，すでに見てきたように，対発生と対消滅を含めなくてはなりません。こういうわけで，摂動が働いた結果対発生や対消滅が起こります。摂動論の最低次の近似でこれを見るのは難しいことではありません。図 5 に示した三つの図形(ダイアグラム)が重要な役割を演じます。図 5(a)は何も起こらないことを表しています。真空は摂動が働いても真空のままでとどまり変化しません。図 5(b)は，真空から真空へ移るいろいろな過程を加え

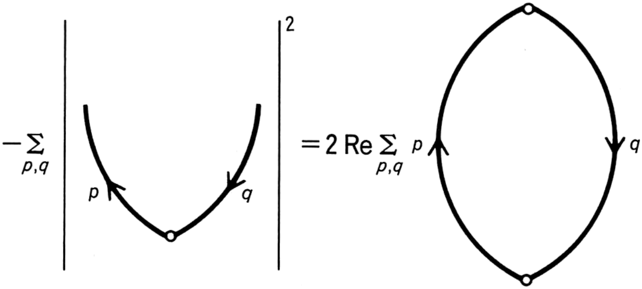


図 6　始状態が真空の場合に成り立つ確率の関係

合わせたもので，あらゆる可能な中間状態について加えています。図5(c)は対発生を表します。

例によって，何かある事象が起こる全確率は1です。それを図5の図形（ダイアグラム）を使って表せば

$$1=\left|\text{図}\,5(\mathrm{a})+\text{図}\,5(\mathrm{b})+\cdots\right|^2+\left|\text{図}\,5(\mathrm{c})+\cdots\right|^2+\cdots$$

となりますが，これは図6の示す関係にほかなりません。

さてもう一度，粒子が始状態 ϕ_0 にいる過程に戻って，対発生と対消滅を取り入れることを考えてみます。図7に示したように全部で6個の図形（ダイアグラム）があります。最初4個((a)～(d))は，初めと同じ状態に戻る過程で，残りの2個((e)，(f))は状態が変わる過程です。

非相対論的な場合に見たように，図7(b)と図7(e)からの確率は打ち消し合います(図3参照)。したがって，図7(c)，(d)および(f)からの確率も打ち消し合うはずです。これらの図形（ダイアグラム）と図5の図形（ダイアグラム）を比較すると，一見して，図5(b)と図5(c)が打ち消し合ったように，図7(d)と図7(f)が打ち消し合うことがわかります。なぜなら，図5(b)，図5(c)と図7(d)，図7(f)のちがいは，ただ無関係な(あるいは無関係のように見えると言うべきか)“何もせず素通りしていく（スペクテーター）”粒子の有無だけですから。すると残りは図7(c)だけになりました。相対論的な場合に必ず問題になるのはこれです。この過程から確率に寄与する分を何が打ち消してくれるのでしょうか。

それが実に巧妙に，しかもきれいに解決されました。図

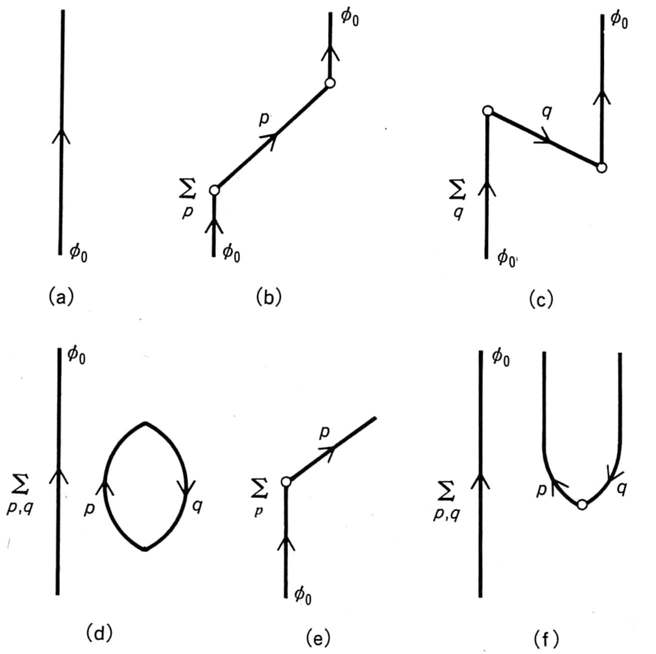


図 7　状態 ϕ_0 にある粒子により始まる諸過程

7(f)の“素通りする粒子（スペクテーター）”は無関係だなんてとんでもない！図 7(f)の特別な場合を考えてみましょう。状態 p は初めの状態 ϕ_0 です。すると，始状態は状態 ϕ_0 に粒子 1 個，終状態は状態 ϕ_0 に粒子 2 個と状態 q に反粒子 1 個が存在します。終状態 ϕ_0 にある 2 個の粒子のうち，どちらが始状態にあった粒子で，どちらが対発生で作られた粒子かどうやって知ることができるでしょう。それは不可能だ，というのが答で

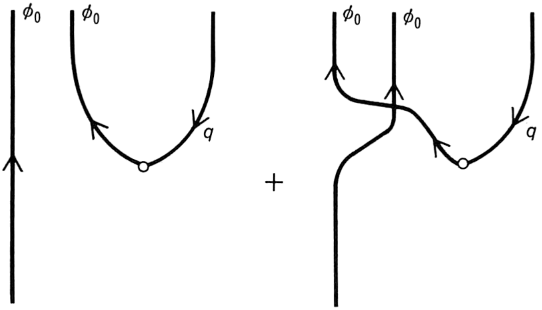
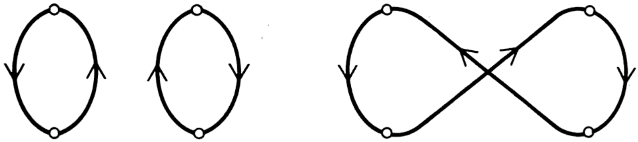


図 8　図 7(f)と終状態の粒子を入れ換えた図形

す。言い換えれば，もう一つ余分な図形（ダイアグラム）を考慮しなくてはなりません。図 7(f)に寄与する図形（ダイアグラム）の一つと，いわゆる“入れ換えた図形（ダイアグラム）”を示したのが図 8 です。

問題が解けたのは，まさにこの入れ換えた図形（ダイアグラム）をつけ加えたからなのです。図 8 の二つの図形（ダイアグラム）は干渉の結果強め合い，全確率に余分の寄与をしますが，それを，ちょうど図 7(c)からの負の寄与が打ち消してくれます(図 4 参照)。

これまでお話したことをまとめておきましょう。対発生が起こるということを考慮に入れるために，余計な図形（ダイアグラム）をいくつかつけ加えました。とくに図 7(c)を加える必要がありました。確率の和を調べてみると，図 7(c)の図形（ダイアグラム）からの全確率への寄与は負なのです。つまり，何かと打ち消し合っていなければならない。打ち消す相手は，“素通りする粒子（スペクテーター）”があるとき起こる特別な粒子・反粒子対発生の確率で，全確



(a)　　　　(b)

図 9　（a）　粒子の入れ換えのない２個の対発生
　　　（b）　１回粒子を入れ換えをした２個の対発生

率を１より大きくする余分な寄与です。いま特別なと言ったのは，この場合，対発生で作られた粒子が，“素通りする粒子”と同じ状態にあるからです。

この確率が大きくなるということは，非常に意味深長であり，また重要な結果です。単に１個の粒子があるきまった状態にあるというだけで，それと同じ状態の粒子・反粒子の対発生が起こる確率が２倍になるのです。その状態に，初め n 個の粒子が存在すれば，確率は $(n+1)$ 倍になります。文句なしにこれは非常に重要です。これがまさにボース統計の鍵とも言うべき特徴で，なかんずく，これがレーザーを可能にした性質なのです。

別の例として，真空から真空へ移る高次の図形(ダイアグラム)を考えましょう。図 9(a)のように，摂動ポテンシャルが４回働いて，粒子・反粒子の対発生が２回起こった場合を考えます。これと，対発生で作られた粒子と反粒子どうしが対消滅せず，他の反粒子と対消滅する図 9(b)とを比較してみましょう。この両者を加えたものが真空から真空への遷移振幅に寄与しま

す。これは実に単純で，まさにこれがボース統計です。

ボース統計は，本当のところ，そうとり立てて不可思議なことを主張しているわけではありません。初め A と B にあった2個の同種粒子が終状態では A' と B' にあったとすれば，その振幅は，A が A' に，B が B' に移る振幅と，A が B' に，B が A' に移る振幅を加えたものだ，というのは至極当たり前のように思われます。というのは，これは一般的な量子力学の原理の特別な場合にすぎないと考えてよいからです。つまりある一つの過程が幾通りかの仕方で実現したとすれば，その過程を表す振幅は，それぞれの振幅を加えたものに等しい。その粒子が古典場を量子化した結果現われる粒子ならば(電磁場の光子，結晶の振動場の音響子などはその例)，対応原理からこれらの粒子がボース粒子であることが要求されます。ハンバリー・ブラウン・トゥイス効果*のような強度相関が正しいものとすれば，もちろん言うまでもありません。もっと簡単に言えば，場が調和振動子の集まりから成っている場合は，量子化すれば自動的にボース粒子が現れるのです。

後でわかりますが，半整数スピンを持ったフェルミオンの場合には，意外なことにマイナス符号が現れます。たとえば，図9のループ(閉線)に対応する振幅にはマイナスがつきます。したがって，図9(a)は2ループだから(−)×(−)＝＋なのに対し，図9(b)は1ループですからマイナスがつ

---

* R. P. Feynman (1962). *Theory of Fundamental Processes,* pp. 4-6, (W. A. Benjamin)参照。

きます。すると，振幅は両者の差になり，フェルミ統計に従うことになります。なぜスピン 1/2 の粒子の場合には，各ループにマイナス符号がつくのだろうか。それを理解しなければならぬというわけです。実は後でわかるのですが，それを理解する鍵は，暗々裡に 360° 回転していたという点にあります。

粒子と反粒子の振舞いの関係

フェルミオンの話に進む前に，ちょっと戻って粒子の振舞いと反粒子の振舞いの関係を，もう少しくわしく説明しておきましょう。もちろん，反粒子の振舞いは，粒子の振舞いによって完全に決定されます。この点を，スピン 0 の粒子とスカラーポテンシャル U という一番簡単な場合を例にとり，もっと念を入れて調べましょう。$t_2>t_1$ ならば，質量 m の自由粒子が $\boldsymbol{x}_1$ から $\boldsymbol{x}_2$ に伝播する振幅は

$$F(2,\ 1)=\int\frac{d^3\boldsymbol{p}}{(2\pi)^3 2E_p}\exp\{-i[E_p(t_2-t_1)-\boldsymbol{p}\cdot(\boldsymbol{x}_2-\boldsymbol{x}_1)]\} \tag{9}$$

です。この式は相対論的に共変な形をしていますから，スピン 0 の粒子ならば，(5)に含まれている a と b は定数としてもよい。私たちが知りたいのは，$t_2<t_1$ のときの振幅です。

$t_2<t_1$ かつ $\boldsymbol{x}_1$ と $\boldsymbol{x}_2$ が空間的に離れているときは簡単です。答は，振幅はやはり $F(2,\ 1)$ である，となります。それは，$t_2>t_1$ ならば，$F(2,\ 1)$ は空間的領域で正しい振幅だ，ということを知っているからです。けれども，これを別の座

標系から見てやると，依然として空間的領域には変わりないのですが，$t_2<t_1$ となることがあります。相対論的に共変である以上座標系に依存しないから，別の座標系でも同じ振幅が得られるはずです。つまり，$F(2, 1)$を新しい座標系の変数で書いてやれば，$F(2, 1)$の相対論的共変性によって，同じ式が得られます。したがって，$F(2, 1)$は，未来圏の光円錐内あるいは空間的領域のどちらでも，正しい振幅の式を表しています。過去圏の光円錐内ではどうでしょうか。

もう一つ必要な情報は，$t_2<t_1$ でも粒子は依然として正エネルギーだけを持って伝播するということです。したがって，この領域では振幅を次のように書くことができます。

$$G(2, 1)=\int_0^{\infty} e^{+i\omega(t_2-t_1)}\chi(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \omega)\,d\omega \qquad (10)$$

ただし χ はこれから決めようと思う関数です。指数関数の肩の符号が負から正に変わったのはこういうわけです。つまり，$x_1(t_1, \boldsymbol{x}_1)$で波が生まれたのですが，源を出るとき正エネルギー，すなわち正振動数だけ持っていると仮定しています。言い換えると，時間依存は $\omega>0$ として $e^{-i\omega\Delta t}$ でなければなりません。ここで Δt は源からの経過時間ですから正のはずです。$t_2>t_1$ ならば，波は $\Delta t=t_2-t_1$ の間存在し，$t_2<t_1$ ならば，$\Delta t=t_1-t_2$ の間存在したわけです。

ですから，$t_2<t_1$ のときは，光円錐内の過去圏であろうと空間的領域であろうと，振幅を(10)の形に書かねばなりません。つまり，空間的領域で $t_2<t_1$ のときは，振幅は(9)でも(10)でもどちらを使ってもよいのです。こうしてこの領域で

関数 G がきまれば，$t_2<t_1$ のすべての領域に一義的に外挿することができます。

$t_2<t_1$ かつ $\boldsymbol{x}_1$ と $\boldsymbol{x}_2$ が空間的に離れている場合は，振幅は(9)で表されましたが，これは負振動数成分を加え合わせたものになっています。問題は，この振幅も正振動数成分だけの関数として表すことができるだろうか，ということです。ふつうに考えればできそうにありません。ところが，これは不思議。相対論的に不変な特別な関数の場合にはそれが可能です。その理由をお話ししましょう。

まず $t_1=t_2$ のときは $F(2, 1)$ は実数です。この場合，指数関数は $e^{i\boldsymbol{p}\cdot(\boldsymbol{x}_2-\boldsymbol{x}_1)}$ だけになり，虚数部分は奇関数ですから $\boldsymbol{p}$ について正負全領域を積分すれば 0 です。ところで，F は $t_1=t_2$ のとき実数ならば，空間的に離れた 2 点において勝手な t_1 と t_2 に対して，相対論的不変性から，やはり実数でなければいけません。つまり，その座標系に対して動いている座標系の人も同じ実数振幅を得ることになります。ただし，この座標系の人にとっては $t_1 \neq t_2$ です。この振幅は実数ですから複素共役をとったものと等しい。ところが，その時間依存性は元の振幅と符号が逆です。こうして $G(2, 1)$ は $F(2, 1)$ の複素共役であることがわかりました。

$$G(2, 1)=\int\frac{d^3\boldsymbol{p}}{(2\pi)^3 2E_p}\exp\{i[E_p(t_2-t_1)-\boldsymbol{p}\cdot(\boldsymbol{x}_2-\boldsymbol{x}_1)]\} \tag{11}$$

これが正しい形をしていることは，正エネルギーのみで伝播することからもわかります。この解は一義的です。なぜな

ら，(4)で表された定理によれば，(10)の形を持つ関数で，光円錐内の過去圏だけで(11)と異なるような関数はないからです。したがって，光円錐内の未来圏で t_2 が t_1 より上，つまり t_1 より未来にあれば，答は(9)で与えられます。t_2 が光円錐内の過去圏で t_1 より下，つまり t_1 より過去にあれば，答は(11)で与えられます。t_1 と t_2 が空間的に離れているような中間の場合は，(9)でも(11)でもどちらでもよい。つまり両者は等しい。

私たちはこんなふうに考えを進めてきました。まず，時空の一つの領域で，あることがわかったとします。すると，ただ相対論的不変性を仮定するだけで，全時空領域でそれがどうなるかを導くことができたというわけです。これはそう驚くほどのことではありません。4 次元ユークリッド空間内の一領域だけで，あることがわかったとします。しかし，もし回転に対する変換性がわかっていれば(ここで取り上げる例の場合は，関数が不変)，上述の領域を勝手な向きに回転して，いろいろなものが，一定の変換性にしたがって変化するかどうかを調べてやることができます。こうやって一部の領域から始めて，4 次元ユークリッド空間全体にわたって調べつくすことができます。ここで私たちが問題にしているのは 4 次元ミンコフスキー時空 x, y, z, t ですから，ユークリッド時空とは少し違いますがたいした違いではありません。同じように議論を進めることができます。ミンコフスキー空間の難しいところは，$(t_2, \boldsymbol{x}_2)$ が $(t_1, \boldsymbol{x}_1)$ の光円錐の外にある場合のように，1 から 2 へはどうしても互いに到達不可能な領

域があることです。つまり，どんなにローレンツ変換をしても一方から他方に移ることはできません。ところで私たちはすでに，この空間的領域を横切って接続していく正しいやり方を知っています。つまり，エネルギーは常に正であると考えて，解をそのようなものに制限したのです。言い換えると，すべての量の符号を変えるこの演算 PT は，実は相対論的な変換です。いや，一種のローレンツ変換と言った方がよいでしょう。つまり，エネルギーが正であるべしという条件をつけて，空間的領域を横断して領域を拡大したわけです。したがって，相対論的不変性からすべて出てくるということはそう不思議でも何でもないことなのです。

スピン 1/2 の粒子とフェルミ統計

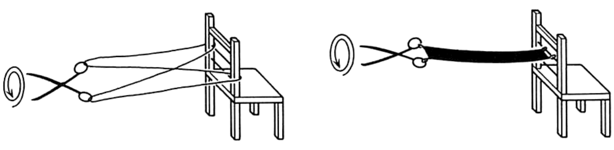
これまではスピン 0 の粒子に関することでしたが，次にスピン 1/2 の粒子についてお話したいと思います。今度はどんなことが起こるのでしょうか。スピン 1/2 粒子の一つの状態を考えて，これを，たとえば z 軸のまわりに角度 θ だけ回転してみましょう。すると状態の位相は $e^{-i\theta/2}$ だけ変わります。これを証明するには，群論の議論をうんざりするほどしなくてはならないので，いまここではやりませんが，これはとてもいい練習問題です。大事なことは，状態を 360° 回転させると，波動関数には最終的に -1 が掛かるということです。こうなると，どう頑張っても直観に頼って話を進めるわけにはいきません。なぜなら，いまお話したことは，直観的に理解するのはとても無理な相談だからです。完全に 360°

回転すると，状態にどんな変化をもたらすのでしょうか。ここで一番難しいことの一つは，実際 360° 回転したかどうか，状態の変化を追いかけることです。つまり，状態にマイナス符号を含めるべきか否かということです。あとでわかるように，実は，フェルミ粒子の振舞いに現れる不可思議なマイナス符号は，たしかにいつの間にか 360° 回転しているという事情によるのです。

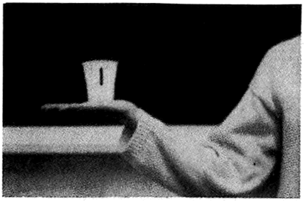
1 回転した状態と何もしないままの元の状態とを区別することができるのだ，ということをディラックは実にうまい方法で示しました*。事実，2 回転して初めて元の状態に戻るのです。ダンサーの身体の動きなどでおなじみと思われる例でこれを説明してみましょう。いいですか。いま私はこのコップを回転します(写真を番号順に見て下さい)。コップにつけたしるしが再び見えるま

* これはディラックの有名なはさみを使った説明です。R. Penrose and W. Rindler (1984), *Spinors and Space-time*, vol 1, p. 43, Cambridge University Press 参照。

(訳注) ディラックは図のようなはさみを使って説明している。(a)のようにはさみの取っ手にひもを通し，椅子の背の支柱をひとまわりさせて結ぶ。そこではさみをその対称軸のまわりに 2 回転させる。問題は，はさみをまわしたり，椅子を動かしたりせずにひものもつれを解くことである。(b)のように 4 本の糸をベルトで置き換えてしまえばもっと簡単だ，と上掲の本に説明されている。



(a)　(b)



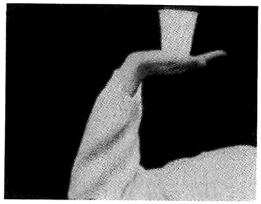
1



2



3



4

でどう回ったかずっと見ていて下さい。さあ 360° 回転しました。しかし腕の方は落ち着きません。さらに回転し続けるならば，といってもこういう状態で回転し続けるにはちょっと辛抱がいりますが，腕を折ることなく，元のようにまっすぐに伸ばすことができました。こういうわけで 2 回転することは，何もしないことと同じですが，1 回転したのでは違ってしまいそうです。ですから 1 回転したのかそうでないかということに注意を払わなくてはなりません。そこでこれからやることは，1 回転したか，そうでないかに注意を払うという何ともくたびれるお話なのです*。

＊ この部分はファインマンの講演から言葉通りそのままを採録しました(編者)。

これから出てくる式の性質を知るために，一例としてちょっと別のことを話しておきましょう。それは半角公式が現れるのが特徴的だということです。たとえば電子が1個あって，そのスピンは1/2ですが，z 軸の方向を向いているとします。このとき，他の軸──z' 軸──方向のスピン成分を観測すれば，この新しい軸方向のスピンの成分が＋1/2になる確率はどうなるでしょう。両軸の間の角度を θ とすれば，確率と振幅はそれぞれ

$$\begin{aligned} \mathrm{Prob} &= \cos^2\frac{\theta}{2} = \frac{1+\cos\theta}{2} \\ \mathrm{Amp} &= \cos\frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}} \end{aligned} \qquad (12)$$

です。

さてスピン1/2の粒子のスカラー結合の振幅を調べることにします。スカラー結合というのは，摂動 U をできるだけ簡単にして振幅のスピン依存性は粒子のスピンだけに由来し，摂動 U とは無関係な相互作用です。これによって解析がずっとやさしくなります。相対論を考慮に入れた変更を除けば，上の半角公式に似た式が得られます。それを導いてみましょう。

粒子の質量を m とすればエネルギーと運動量は

$$E^2-p^2=m^2 \qquad (13)$$

を満足します。もちろん m^2 は定数で，$p=|\boldsymbol{p}|$ は運動量の大きさです。これは $E(p)$ がわかれば $p(E)$ がわかることを

意味します。ですから2つ違った変数は要りません。ところで(13)を見ると三角関数の公式 $\cos^2\theta+\sin^2\theta=1$ と似ています。ただ1でなく m^2，プラスでなくてマイナスという点は違います。すると，三角関数の代わりに双曲線関数を使えば，E と p をたった1個の変数で表すことができるではないか。

$$\begin{aligned} E &= m\cosh\omega \\ p &= m\sinh\omega \end{aligned} \tag{14}$$

と書けば(13)は自動的に成り立ちます。ω がラピディティと呼ばれる新しい変数です。

静止した，あるスピン状態にある1粒子に摂動が働いて運動量 p の状態に移ったと考えましょう。始状態の運動量4元ベクトルは $p_1=(m, 0, 0, 0)$ です。終状態のそれを，たとえば $p_2=(E, p, 0, 0)$ とします。この散乱過程の振幅は，(12)に類似した一種の半角公式で表すことができます。重要でない因子を除けば

$$A_{散乱}\propto\cosh\frac{\omega}{2} \tag{15}$$

と書くことができます。前にやった空間回転と同様に，今度も重要でない因子を除いて

$$A_{散乱}\propto\sqrt{\cosh\omega+1}\propto\sqrt{E+m} \tag{16}$$

となります。

$p_1\cdot p_2=Em$ に注意すると，この振幅を相対論的共変形に

一義的に書き表すことができます。ただし，$p_1 \cdot p_2$ は二つの4元運動量ベクトル p_1 と p_2 の内積を表します。したがって振幅は

$$A_{散乱} \propto \sqrt{p_1 \cdot p_2 + m^2} \tag{17}$$

となります。相対論的共変形に書き換える偉力は，いま特別の例でやってみたのですが，この振幅が勝手な p_1 と p_2 に対して成り立つということです。この考えを使って対発生の振幅を導いてみましょう。$p_1 = (m, 0, 0, 0)$ は前と同じですが，p_2 の方は $p_2 = (-E, -p, 0, 0)$ とします。もちろんこの負号は反粒子を意味します。今度は $p_1 \cdot p_2 = -Em$ ですから

$$A_{対発生} \propto \sqrt{-Em + m^2} \propto i\sqrt{E - m} \tag{18}$$

が対発生の振幅になります。

これらの結果を使って，前にやった全確率に関する議論がスピン 1/2 の場合にも適用できるように修正していくことにします。それにはパウリの排他律をどうしても持ち出さざるを得ないことがわかります。話はスピン 0 の場合と同様ですから，スピン 0 とスピン 1/2 の違いに議論を集中します。

真空から始まるいろいろな過程を調べると，スピン 0 のときやったことがそのまま成り立って，図 6 の関係が得られます。

そこで静止状態 に ϕ_0 から出発した 1 個の粒子が引き起こすいろいろな過程を調べることにしましょう。図 7 と同様 6 個の図形が得られますが，今度は関係する図形どうしの間に

成り立つ振幅の関係が前とまったく違うのです。

全確率についてみれば，興味あるのは図 7(b)，(c)，(d)の実部と図 7(e)および(f)の絶対値の 2 乗です。図 7(b)から始めましょう。これは粒子が x_1 で状態 p に散乱されて x_2 まで伝播し，そこから再び ϕ_0 に戻る過程です。(17)によって散乱には因子 $\sqrt{E+m}$ が対応しますから，図 7(b)を表す振幅は

$$A_{\mathrm{b}}=-\int\frac{d^3\boldsymbol{p}}{(2\pi)^3 2E_p}(E_p+m) \times\exp\{-i[E_p(t_2-t_1)-\boldsymbol{p}\cdot(\boldsymbol{x}_2-\boldsymbol{x}_1)]\} \quad (19)$$

です。負号は各頂点に因子 $-i$ がつくからです。

図 7(e)の散乱過程が起こる確率は(16)の絶対値 2 乗で与えられますから，運動量について加えれば，(16)と(19)は図 3 の関係がスピン 1/2 の粒子に対しても成立することを意味します。

図 7(c)に対する振幅を正しく書下すには注意が必要です。点 $(t_2, \boldsymbol{x}_2)$ と点 $(t_1, \boldsymbol{x}_1)$ が空間的に離れているときは，振幅は(19)で振動数を負にした表現と同じになります。ところで(19)は明らかに $-[m+i(\partial/\partial t_2)]F(2, 1)$ ((9)参照)ですが，空間的領域ではこれは $-[m+i(\partial/\partial t_2)]G(2, 1)$ に等しいから，図 7(c)の振幅は一義的に

$$A_{\mathrm{c}}=-\int\frac{d^3\boldsymbol{p}}{(2\pi)^3 2E_p}(-E_p+m) \times\exp\{+i[E_p(t_2-t_1)-\boldsymbol{p}\cdot(\boldsymbol{x}_2-\boldsymbol{x}_1)]\} \quad (20)$$

と書くことができます。この式は(18)を使わずに((11)を導

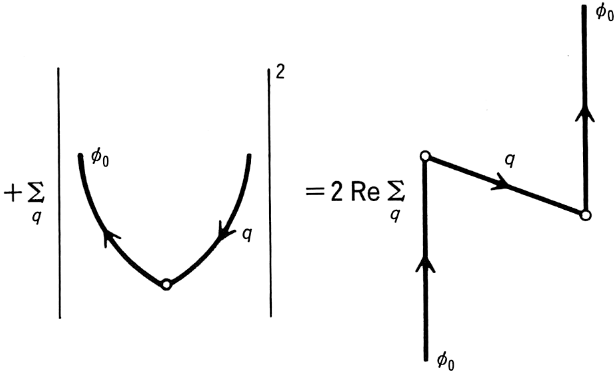


図 10 スピン 1/2 の粒子に対する図 4 に対応する関係

いたときと同様)解析接続の考えを使って導いたものです。ただし，$(-E_p+m)$の因子は(18)の $A_{対発生}$ が 2 回関与したと考えることもできます。

スピン 1/2 とスピン 0 の場合の重要な違いはまさにこの点です。図 4 で示した関係はフェルミオンに対しては正しくない。これをスピン 1/2 の場合について調べるお膳立てはすべてできています。(18)から必ず正であるはずの対発生の確率は E_p-m であることがわかります。これと(20)の振幅 A_c の実部($-E_p+m$ とスピン 0 の場合の振幅の積)を比較することによって図 10 の関係が得られます。これは図 4 と符号だけ違っていますが，この符号の違いは決定的です。

さてボース粒子の場合を思い出してみると図 7(c)の全確率に対する寄与は負でした。ということは，万事つじつまが合うためには思いがけないような正の寄与が別にあるに違い

ない。このトリックは $p=0$ とおいた図 7(d) および (f) と図 7(c) をひとまとめにして考えるという点にありました。粒子を入れ換えた図形（図 8）を加えるとちょうど必要な正の寄与が得られました。この意味するところはまさにボース統計が必要だということでした。

これに反して，フェルミ粒子の場合は図 7(c) は全確率に対して正の寄与をします（図 10 からわかる）。したがって，今度は別に負の寄与がないと困ります。事実，図 6 と 10 によって，図 7(c) と図 7(d)（$p=0$ とした）は正確に打ち消し合います。したがって，全確率が 1 になるためには図 8 の二つの図形も正確に打ち消し合わなくてはなりません。

このことから，一対のフェルミ粒子があったとき，粒子を交換した図形に対する振幅にはマイナス符号をつけなければならない，ということがわかります。つまり，ある状態に，自身は反応に直接関与しない傍観者（スペクテーター）の粒子があるとき，対発生により同じ状態に新たにもう 1 個粒子が作られる確率は，フェルミオンの場合には減少することになります。振幅について言えば，ボース粒子の場合のように $1+1=2$ ではなくて，フェルミ粒子の場合は $1-1=0$ ということです。ルールはこう言ってもよい。もしある状態に粒子が 1 個存在していれば，対発生によってその状態には同じ粒子をもう 1 個作ることはできない。つまり，当然何か起こると思われるのに，初めにあった粒子が，それを妨げているという事実が，必然的に確率を小さくする方に変化させるのです。こうして特殊な例についてですがスピンと統計の間には関連があるこ

と，またその関係はスピン 1/2 の場合とスピン 0 の場合では異なることを示すことができました。これまでの議論で使ったのは相対論と量子力学でした。もちろんディラック方程式から導かれるいろいろな公式も使いました。議論を進めて，今度はなぜそういう関係が成り立つのかという点をもっとはっきりさせることにしましょう。

反粒子と時間反転

さてこれからやりたいことは，粒子と反粒子を関係づける一般的なルールを定式化することです。前にも非常にはっきり申しましたが，反粒子の振舞いをすっかり知るのに必要なことは，後ろ向きに進む粒子の振舞いを調べることに尽きます。始状態に運動量 $\boldsymbol{p}_{\mathrm{i}}$，エネルギー E_{i}，スピン状態 u_{i}(スピンの大きさは何でもよい)の反粒子が 1 個ある場合を考えます。この始状態から出発した反粒子はいろいろな振舞いをします。たとえば，反粒子が荷電粒子であれば，偏り $\boldsymbol{a}$，運動量 $\boldsymbol{Q}_a$，エネルギー E_a の光子を放出して，運動量 $\boldsymbol{p}_{\mathrm{f}}$，エネルギー E_{f}，スピン状態 u_{f} の終状態に移ることができるでしょう。この反粒子の遷移振幅は，逆過程をたどる粒子の振幅と同じです。つまり，はじめ運動量 p_{f}，エネルギー E_{f}，スピン状態 $(PT)u_{\mathrm{f}}$ の粒子が，偏り $-\boldsymbol{a}^*$，運動量 $\boldsymbol{Q}_a$，エネルギー E_a，スピン状態 $(PT)^{-1}u_{\mathrm{i}}$ の光子を吸収する振幅と同じです(図 11 参照)。したがって粒子の振舞いに対する振幅は，反粒子に対する振幅に PT を掛ければ求められることになります。注意していただきたいことは，運動量 $\boldsymbol{p}$，エ

ネルギー E の状態に PT を作用して得られる状態も運動量 $\boldsymbol{p}$, エネルギー E の状態だという点です。なぜだろう。時間反転を施せばその状態の運動量は $-\boldsymbol{p}$ になりますがエネル

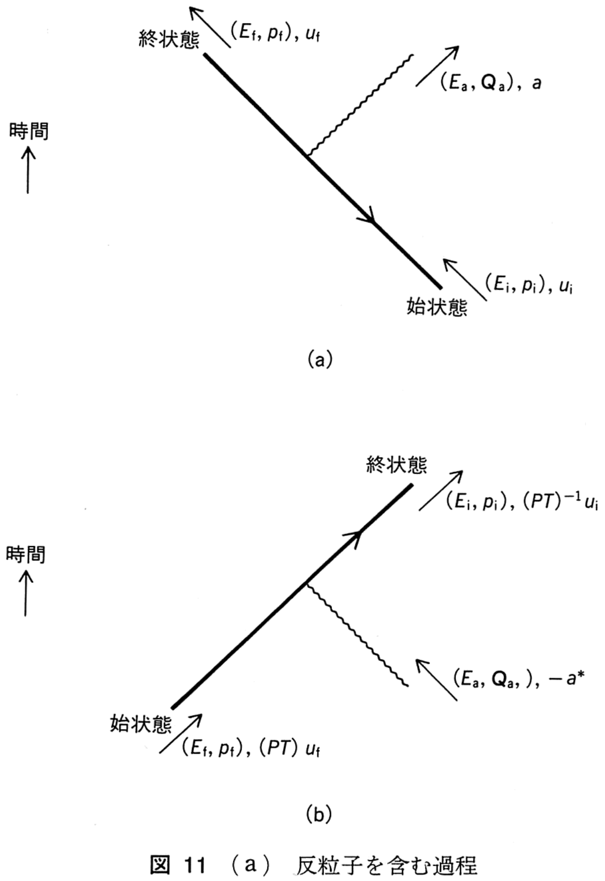


図 11　(a)　反粒子を含む過程
　　　(b)　対応する粒子過程

ギーは E です。次に空間反転を施して空間の向きをすべて逆転してやれば，運動量は $\boldsymbol{p}$ に戻りますがエネルギーは E のまま変わりません。しかし PT は光子の偏りにもスピン状態にも影響を及ぼします。最後のところで逆変換，すなわち $(PT)^{-1}$ を施さなくてはならないということを注意して下さい。これは一見 PT と同じように思われますが，すぐわかるように両者の間には微妙な違いがあります。以上のことから粒子を反粒子に変える変換 C は，空間反転 P とともに時間反転 T を施すことと同等になることがわかります。すべて時間的順序が逆転しています。たとえば，偏極ベクトル $(e_x, e_y)=(1, i)$ の円偏光を考えれば，時間反転した偏極ベクトルは $(e_x, e_y)^*=(1, -i)$ ですから，電気ベクトルの回転は逆向きになります。こういうわけで $PT(e_x, e_y)=-(e_x, e_y)^*$ が成り立ちます。$C=PT$ の意味は，すべて時間の順序を逆転し，空間の向きも逆転するということです。この説明の詳細には立入らないことにします。

いまお話したように，粒子の振舞いを反粒子の振舞いから求めるには，始状態か終状態かいずれか一方のスピン状態に PT を施し，他方には $(PT)^{-1}$ を施せばよい。もしスピン状態 u_{i} と u_{f} とが同じなら $(PT)u_{\mathrm{i}}$ と $(PT)u_{\mathrm{f}}$ も同じだから，始状態と終状態の両方に同じ変換を施す方がよさそうです。このことはあとで必要になります。空間反転 P に関しては問題ないことがわかります。そこで位相を $P^2=1$，つまり2回空間反転した状態は何もしない元の状態と同じである，という条件で選びましょう。ところで，証明したいことは，ス

ピン 1/2 粒子に対しては $T^{-1}=-T$，すなわち $TT=-1$ が成り立ち，スピン 0 粒子に対しては $TT=+1$ が成り立つということです。この符号のちがい，フェルミ粒子の場合に現れる負号，これがまさにパウリの排他律とフェルミ統計に由来するのです。

続けて 2 回時間反転した効果

スピン 1/2 粒子の場合，なぜ時間反転 T を 2 回施したら符号が変わるのだろう。2 回の T で状態を変えることは 360° 回転することと同等だ，というのがその答です。x 軸を 2 回ひっくり返せば 360° 回転したことになるでしょう。4 次元時空で考えれば時間軸に関しても同じことが言えます。実際そうだということはすぐ示します（とくに t と x の相対論的関係を改めて言わずとも）。すると前にお話したように，スピン 1/2 粒子の状態を 360° 回転すれば -1 が掛かったのですから，$TT=-1$ ということになります。そこでスピン 1/2 粒子の場合は $TT=-1$ でなければならないということを示しましょう。

表 1 にいろいろな状態に対し 1 回時間反転 T を施した状態および 2 回施した状態をまとめて挙げました。最初は 1 粒子が空間の x という点にある状態です。それをディラックの記法* を使って $|x\rangle$ と書くことにします。$|$ と $\rangle$ の間にそ

---

* （訳注）ディラックが量子力学第 3 版（1947 年）で初めて導入した記号で $|\ \rangle$ をケット（ket），これと共役な状態を $\langle\ |$ で表しブラ（bra）と呼んだ．bracket $\langle\ \rangle$ を二つに分けた呼び名である。

表 1 いろいろな状態に時間反転を施した結果

状態：$\|a\rangle$	時間反転状態：$T\|a\rangle$	2 回時間反転した状態：$TT\|a\rangle$
$\|x\rangle$	$\|x\rangle$	$\|x\rangle$
$\|p\rangle=\sum e^{ipx}\|x\rangle$	$\|-p\rangle=\sum e^{-ipx}\|x\rangle$	$\|p\rangle$
$\alpha\|a\rangle+\beta\|b\rangle$	$\alpha^* T\|a\rangle+\beta^* T\|b\rangle$	$\alpha TT\|a\rangle+\beta TT\|b\rangle$
整数スピン状態		
$\|j,\ m=0\rangle$	$e^{i\phi}\|j,\ m=0\rangle$	$e^{i\phi}(e^{-i\phi}\|j,\ m=0\rangle)=\|j,\ m=0\rangle$
スピン 1/2 状態		
$\|+z\rangle$	$\|-z\rangle$	$-\|+z\rangle$
$\|-z\rangle$	$-\|+z\rangle$	$-\|-z\rangle$
$\|+x\rangle=\dfrac{\|+z\rangle+\|-z\rangle}{\sqrt{2}}$	$\dfrac{\|-z\rangle-\|+z\rangle}{\sqrt{2}}=-\|-x\rangle$	$-\|+x\rangle$
$\|-x\rangle=\dfrac{\|+z\rangle-\|-z\rangle}{\sqrt{2}}$	$\dfrac{\|-z\rangle+\|+z\rangle}{\sqrt{2}}=\|+x\rangle$	$-\|-x\rangle$

の状態の名前またはその状態のしるしになる文字や記号を書きます。いまの場合は状態が存在している点 x です。すると時間反転した状態は $T|x\rangle=|x\rangle$ です。つまり，粒子は同じ点 x にいるというわけです。何も変化しなかったからといって馬鹿にしてはいけません。他方，運動量 p の 1 粒子状態 $|p\rangle$ は時間反転すると運動量 $-p$ の状態に変わりますが，2 回時間反転すると再び $|p\rangle$ に戻ります。

$|p\rangle$ に対する T の働き方を見ると，T はいわゆる反ユニタリー演算子であることがわかります。$|p\rangle$ はいろいろ異なる点 x における $|x\rangle$ と各点の位相とを組み合わせて作ることができます。時間反転した状態 $|-p\rangle$ を得るには $T|x\rangle=|x\rangle$ と $|p\rangle$ を作ったときの位相の複素共役をとり両者を組み合わせればよい。したがって，一般に，$T[\alpha|a\rangle+\beta|b\rangle]=\alpha^*T|a\rangle+\beta^*T|b\rangle$ となります。すなわち，反ユニタリー演算子の場合は係数がかかっているときは，その複素共役をとらなければなりません。もう一度 T を施した係数も再び複素共役となります。代数が得意の人なら，わざわざそんなことをするのは時間の無駄というものだ。ところで $TT|a\rangle$ と $|a\rangle$ は同じ物理的状態を表しているはずですが，あのいまいましい量子力学によれば位相は違っていてもいいのです。するといま言ったことから，$TT|a\rangle=$(位相)$\times|a\rangle$ となりますが，状態 $|a\rangle$ と重ね合わせ可能な状態に対してはすべて同じ位相とします。したがって状態どうしの干渉はすべて TT を作用させた前後で同じになります。スピン 0 状態とスピン 1/2 状態とは重ね合わせることができません。

この2種類の状態は根本的に違ったものなのです。こういうわけで TT を作用させたとき，全体の位相変化は両者で異なることがあり得ます。

さてこれから使おうというのは，角運動量状態 $|j, m\rangle$ が与えられたとすれば，$T|j, m\rangle=$(位相)$\times|j, -m\rangle$ という関係です。角運動量に対してはたしかにこうなっているに違いない。つまり，ある向きにぐるぐる回転している対象を時間反転させれば逆向きに回転するということです。たとえば，軌道角運動量 $\boldsymbol{L}=\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{p}$ の場合は，時間反転 T によって $\boldsymbol{r}\to\boldsymbol{r}$，$\boldsymbol{p}\to-\boldsymbol{p}$ となりますから，$T\boldsymbol{L}=-\boldsymbol{L}$. すなわち，$T$ を作用させると角運動量は逆向きになります。

まず最初に整数スピン状態を考えることにします。z 成分が0，すなわち $|j, m=0\rangle$ という状態は必ず一つあるはずです。1回 T を作用させると(ある位相)$\times|j, m=0\rangle$ になり，もう1回 T を作用させると，T の反ユニタリー性により正確に元の状態 $|j, m=0\rangle$ に戻ります。したがって位相は重ね合わせ可能な状態に対してはすべて同じですから，整数スピンの場合は $TT=+1$ が成り立つことになります。

半整数スピンの場合どうなるかを知るために，スピン1/2の一番簡単な例を考えることにしましょう。四つだけ特別な状態を考えて表を作ってみます(表1)。その状態は z 軸に沿って上向き状態 $|+z\rangle$ と下向き状態 $|-z\rangle$ および x 軸に沿って上向き状態 $|+x\rangle$ と下向き状態 $|-x\rangle$ です。やさしいスピンの知識を使えば，$|+x\rangle$ と $|-x\rangle$ を基底状態にとった $|+z\rangle$ と $|-z\rangle$ によって表すことができます。すなわち，

$|+x\rangle$ は $|+z\rangle$ と $|-z\rangle$ を同位相で同じ重みで重ね合わせ，$|-x\rangle$は逆位相で同じ重みで重ね合わせればよい。物理的には $|+z\rangle$ ($|-z\rangle$) の時間反転状態は $|-z\rangle$ ($|+z\rangle$) です。同様に $|+x\rangle$ の時間反転状態は，位相に目をつぶれば$|-x\rangle$です。

表1のスピン 1/2 状態の第1行で $T|+z\rangle$ は位相は別として$|-z\rangle$ です。この最初の位相は，あとでチェックしますが勝手に選ぶことができます。そこで $T|+z\rangle=|-z\rangle$ としてよろしい。さて $T|-z\rangle=$(位相)$\times|+z\rangle$ と書くことはできますが，$T|-z\rangle=|+z\rangle$ となるように位相を選ぶことはできません。というのは，その場合$|+z\rangle$と $|-z\rangle$ を同位相で重ね合わせて作った $|+x\rangle$ に T を作用させると，再び前と同じ位相の $|+x\rangle$ に戻ってしまい，物理的に実現されるべき逆位相状態 $|-x\rangle$ の単なる因子倍にはなりません。この位相を逆転するには $T|+z\rangle$ の場合と位相を逆にして $T|-z\rangle=-|+z\rangle$ とすべきです。すると $T(T|+z\rangle)=T|-z\rangle=-|+z\rangle$ となり第1行の結果が得られます。したがってスピン 1/2 の場合は $TT=-1$ が成り立ちます。これが任意の半整数スピン j の場合にも成り立つことを示すのは難しいことではありません。この場合，時間反転すると元と同じ物理的状態には戻らないのです。このことと整数スピン粒子に対する結果とを組み合わせると $TT\equiv360^\circ$ 回転が成り立つことがわかります。

今度はスピン 1/2 粒子のループの符号の問題を考えましょう。最初の部分でお話したことを思い出して下さい。相対論

的量子力学においてポテンシャルによって粒子対が作られたとすると，真空(粒子が存在しない状態)が真空のままでいる確率は1より小さいに違いない。真空が真空のままでいる振幅を$1+X$と書くと，Xは図6の右辺のループ全部からの寄与を表しています。するとXは，真空が真空のままでいる確率に対して負の寄与をするはずです。図6の左辺はたしかに負ですから，図6の恒等式はまさにXが負であることを示しています。

Xに寄与するループを考えてみましょう。たとえば，ディラック波動関数uで表される状態の1電子から出発してループを作ります。電子はループに沿って伝播し一回りして同じ物理的状態uに戻ります。ここで途中に現れる行列の積のトレースをとる，つまり対角要素の和をとらなくてはなりません。しかし，ここが微妙なところです。この同じ物理的状態は360°回転した状態でもあり得るわけです。事実それをやった(TTを施した結果と同じ)ということがわかります。この手続きをどんな座標系から眺めようと，電子はある点で時間的に逆向きに進む陽電子に変わるのです(1回時間反転Tが作用する)。それから今度は時間の向きに進む電子に戻ります(もう1回Tが作用する)。こうしてループ全部を一回りして最終的に状態TTuに戻るのです(図12参照)。

この同じTTという演算子はボース粒子(スピン0)にも作用します。しかしこの場合は$TT=+1$ですから問題はありません。ボース粒子についてはすべてよくわかっていま

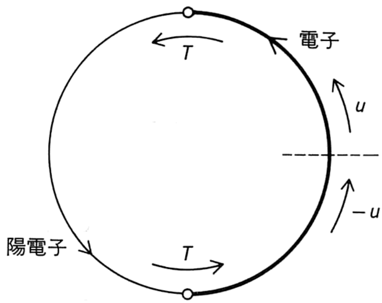


図 12　2 回時間反転している粒子・反粒子ループ

す。X に現れるふつうのトレースを計算すると負の寄与が得られます。ところがスピン 1/2 の場合はいま見たようにマイナス符号が現れました。したがって，図 6 の恒等式が成り立つためには，言い換えると，X が確率に対して負の寄与をするためには，半整数スピンの場合に対して新しいルールをつけ加えてやらなければなりません。すなわち，$TT=-1$ のマイナス符号を打ち消すために，すべてふつうのループから生じるトレースにマイナス符号を一つ余分につけることにします。もしこのマイナス符号をつけないと，確率に対して負の寄与が考慮されず，スピン 1/2 粒子に対して首尾一貫した理論を作ることができません。この符号を考慮して初めてフェルミ統計と両立するのです。

閉じたループにはそれぞれ -1 を掛けるべし，というスピン 1/2 粒子のループに対する一般的ルールは，なぜフェルミ統計を用いなければならないかということに対する理由なのです。図 9 を見て下さい。図 9(a) と (b) と相対符号はマイナ

スです。というのは，図9(a)には2ループだから＋，図9(b)には1ループだから－が対応するからです。図9は，2粒子が入れ換わってループを作るときは相対符号マイナスをつけるべきこと，すなわち粒子がフェルミ統計に従っていることを示します。

磁気単極(モノポール)，スピンおよびフェルミ統計

最後に粒子の回転に関する性質と統計性の関係をもっとはっきりさせるために一つの例を考えたいと思います。対象とするのはスピン1/2の粒子で，角運動量の由来はわかっています。電荷が存在する空間内に磁気単極(モノポール)があると考えましょう(図13)。磁気単極はディラックが考え出したものですからこの講演で言及するのにふさわしいと思います。電荷が電束の源であるのと同じように，磁気単極は磁束の源になっているはずです。ところがまだ誰も磁気単極を見た人はいないのですが，頭の中で考えることはいつでもでき

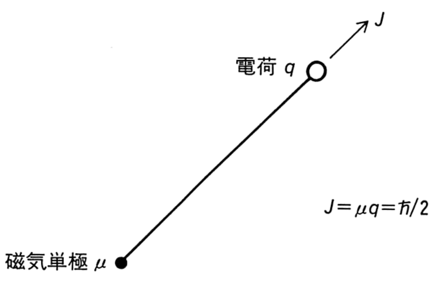


図 13　電荷 q と共存する磁気単極(モノポール) μ

ます。実際，もし非常に長いふつうの棒磁石があったとすると，磁石の一端から出た磁束は，他端がずっと遠くにあるので一見磁気単極が源になっているように見えるでしょう。

ともかく電荷 q と共存する磁荷 μ の磁気単極があったとします。いずれもスピン 0 と仮定すると内部角運動量のことは気にしないでもよろしい。しかし，電荷 q，磁荷 μ ともに相手が作る場の中にあるのですから，通常のポインティングベクトル $\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B}$ を作ることができます。ポインティングベクトルを積分すると角運動量に関する情報が得られます。さらにくわしく調べると，この電荷と磁気単極の複合系は，両者を結ぶ直線の向きの角運動量を持ちますが，それは電荷と磁気単極間の距離には無関係です。いろいろなやり方で角運動量は何かを調べることができますから，これは諸君の練習問題として残しておきましょう。結果を言うと，角運動量の大きさは μq* になります。

ところで量子力学では角運動量は量子化されています。実際フェルミ粒子の場合は，角運動量は $(1/2)\hbar$ の整数倍の値しかとることができませんから，許される最小の値をとることにしましょう。つまり $\mu q=(1/2)\hbar$ としてスピン 1/2 を持った電荷と磁気単極の複合系を考えるわけです。するとこれを 360° 回転させると位相が -1 だけ変化することになるは

* おそらく角運動量を求める一番やさしい方法はトルクを計算することです。このトルクが働き，電子(電荷 q)が磁気単極のまわりを円運動して，q と μ を結ぶ軸が角速度 ω で回転することになります。もちろん力は磁気単極の作る磁場中で運動する電子に由来します。

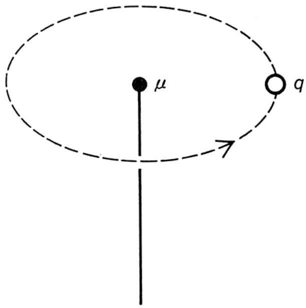


図 14 磁気単極のまわりを 360° 回転する電荷 q

ずですが，実際そうなるかどうか調べてみることにします。

磁気単極を固定しておいて電荷をそのまわりに 360° 回転させます(図 14)。ところで有名な定理があります。すなわち，電荷 q が磁場中を動くと位相は $\exp\left(iq\int \boldsymbol{A}\cdot d\boldsymbol{x}\right)$だけ変化するというのです。ここで$\int \boldsymbol{A}\cdot d\boldsymbol{x}$ はベクトルポテンシャル $\boldsymbol{A}$ を電荷が動く道すじに沿って積分した線積分を表します(諸君をおどかしたかな)。私たちの場合は線積分は円周に沿った積分ですが，簡単なベクトル解析によって $\boldsymbol{A}$ の線積分を磁場 $\boldsymbol{B}$ の表面積分に書き換えることができます。その場合の表面は円を境界とするような曲面の表面です。線積分を上半球表面上の面積分を書き換えましょう。$\boldsymbol{B}$ の表面積分はまさに表面を通って出ていく磁束にほかなりません。さて磁気単極を源として作られる全磁束は $4\pi\mu$ で，これは磁気単極を完全に内部に含む球の全表面にわたって磁束を積分したものになっています。私たちは半球面だけ考えています

から全磁束は $2\pi\mu$ です。したがって位相変化は $\exp(2\pi i\mu q)$ になりますから $\mu q=1/2$ を使って $\exp(i\pi)=-1$ が得られます。問題ない。これで完全に正しい。

ちょっとここで脇道にそれなければなりません。というのは，磁気単極1個が宇宙のどこかにあったとすると電荷が量子化されなければならない，というディラックの主張にごく近いところまでいま私たちは迫っているからです。話はこういうことです。仮に上半球ではなく下半球の表面にわたって積分したとしても答は同じになります。その場合，表面の向きは線積分の向きと逆ですから，位相変化は $\exp(-i\pi)$ でやはり -1 になります。しかし注意しなくてはいけないことは，もし電荷 q が $\hbar/2\mu$ の整数倍に量子化されていなければ，上半球面と下半球面で違う答が出て矛盾を起こします。こうして磁気単極の存在は電荷の量子化を意味することがわかります。電荷は量子化されていると私たちは信じていますから，これによってある人々には磁気単極の存在を納得させることができるというわけです。

さて電荷と磁気単極の複合系が2個あったと仮定します。一方を A，まったく同じもう一つの方を B と呼んでおきましょう。はじめに A は x に，B は y にあって共に同じ向き，たとえば上向きとします。A と B を入れ換えたらどうなるでしょう。いいですか，よく注意していて下さい。

図15(a)は入れ換えの操作を表します。この場合に生ずる位相変化を計算したい。位相変化の原因は B の単磁極のまわりを動く A の電荷と，A の磁気単極のまわりを動く B の

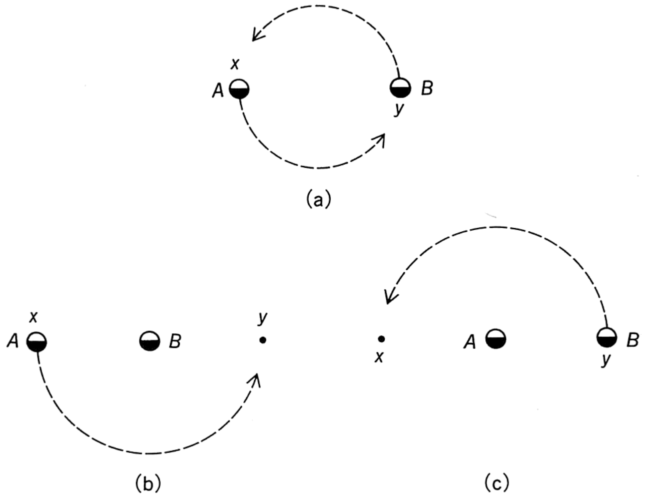


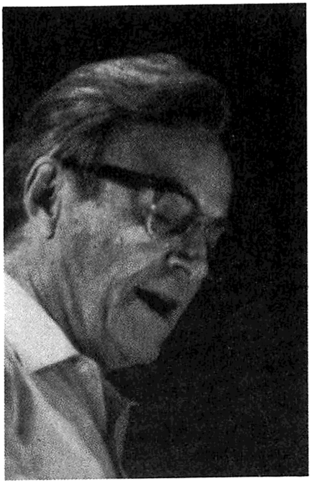
図 15　二つの電荷・磁気単極系の入れ換え

電荷であり，これ以外には考えられません(それぞれの複合系において電荷と磁気単極の間の相対位置は変わらない)。B から見れば入れ換えの操作は図 15(b)で表されますが，A から見れば図 15(c)のように見えるでしょう。それぞれの相対運動の全位相変化への寄与は $\exp\left(i\dfrac{q}{\hbar}\displaystyle\int \boldsymbol{A}\cdot d\boldsymbol{x}\right)$ となります。A は B のまわりを 180° 回り，B 自身 A のまわりを 180° 回りますから 360° 回転していることになります。線積分に注意して位相変化を計算してみましょう。図 15(b)は x から y に至る線積分ですが，図 15(c)は y から x への線積分ですから，二つを一緒にすればちょうど 360° 回転の場合と同様に磁気単極のまわりの完全に閉じたループに沿った線

積分になります。したがって前にお話したように−1という因子が現れます。これはもちろんフェルミ統計の場合に——二つのスピン1/2粒子を入れ換えると−1が現れる——予期していたことにほかなりません(電荷や磁気単極というスピン0の部分はボース統計のルールに従うと仮定しています)。

ま と め

長々と詳しくお話してきましたが，基本的なアイディアを思い出してみましょう。それはこういうことでした。もし粒子のエネルギーが正の値しかとることができないすると，粒子が光円錐の外へ因果律を破って伝播するのを避けることができません。もしこういう伝播する粒子を別の座標から眺めると，この粒子は時間的に逆向きに走っているのです。つまり反粒子です。一方の観測者から見た仮想粒子は他方の観測者から見れば仮想反粒子ということになります。それから，ある事象が起こる全確率は1であるべしという事実をよく考えると，反粒子の存在と対発生のために生ずる余分な図形が，スピンを持たない粒子に対してボース統計が成り立つことを意味しました。同じことをフェルミ粒子について考えると，粒子の入れ換えによりマイナス符号が出ました。つまりフェルミ統計に従うというわけです。一般的ルールは，2回時間反転することと360°回転は同じだ，ということでした。これがスピンと統計の間の関係およびスピン1/2粒子に対するパウリの排他律を与えました。これで全部です。あとはこれをくわしく念入りにやっただけのことです。



ディラック記念講演をするファインマン

以上が私の講演の全部ですが，何人かの学生諸君と話したり，もう少しよく考えた結果，二，三注意をつけ加え，スピンと統計の関係をもっと一目瞭然かつ直接的な形で説明したいと思います。磁気単極と電荷の複合系の議論の結論は，時間反転を2回施す演算を相対論的に解析したのではなく，360°回転の結果から直接導いたものでした。これはもっと一般的に議論することができます。ボース粒子の場合のルールは，量子力学ではそれぞれ対応する振幅を加え合わせなければならない，ということを理解していれば明らかだと考えております。ではフェルミ粒子の場合はどうか。

半整数スピンの場合は，振幅の符号はわかりにくいかもしれないということを前に注意いたしました。というのは，気

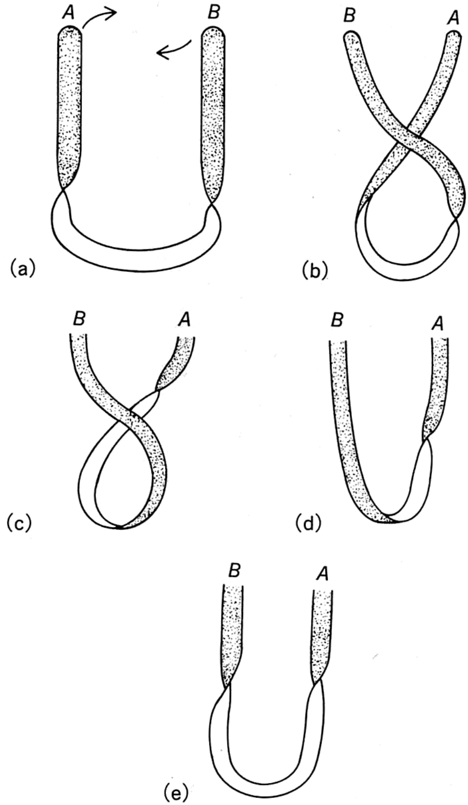


図 16 (a)から(e)まで順に見ていくとベルトの両端の位置が入れ換わっている．(e)の右側のねじれは(a)のそれと逆である．完全に元に戻すのには右側のベルトを鉛直軸のまわりにもう1回360°回転してやらなくてはならない。

がつかないうちに360°回転しているかもしれないのです。

さて問題のスピンと統計の関係は，ボース粒子とフェルミ粒子の両方に対して共通に，次の一つのルールで言い表すことができます。**2粒子の入れ換えが波動関数に及ぼす効果は，一方の粒子の系を他の粒子の系に対して360°回転した効果と同じです。**なぜこれが正しいと言えるのでしょう。なぜ粒子の入れ換えが正確にそれぞれの粒子の系の相対的回転を意味するのでしょう。

磁気単極-電荷系の例ですでに注意しましたが，もし A と B を入れ換えると(厳密に交差しない経路を通り)，A はそのまわりを B が180°回転したと見，B もそのまわりを A が同じ方向に180°回転したと見る結果，互いに360°回転したことになるのです。

これが一般的に成り立つことを確かめるために，(デヴィッド・フィケルシュタインの考えを借りて)物理的対象 A と B を1本のリボンかベルトの端の点に対応させて考えましょう。この系が相対的に回転したかどうかは，リボンが360°ねじれたかどうかを見て確かめることができます。(端 A と B を入れ換えたときリボンの空間的位置はほぼ元通りになっている)。果たせるかな，対象 A，B の入れ換え(それぞれ自分自身に平行に動いているのであって，絶対的な回転はしていない)がたしかにリボンにねじれを起こしました(図16を見てください)。

入れ換えは一方の対象が他方に対して相対的に360°回転することを意味します。ですから半整数スピンを持ったもの

の入れ換えに対しては，このような回転により位相因子−1が現れると期待することができる理由が十分にあります。

2 窮極の物理法則を求めて

S. ワインバーグ



ディラック記念講演をするワインバーグ

ポール・ディラック記念講演の講師としてお招き下さったセント・ジョーンズカレッジとケンブリッジ大学数学教室の方々に心からお礼を申し上げます。学生時代にディラックのすばらしい業績について学んだとき，私は彼に対して非常な畏敬の念を覚えました。後になって，数回ディラックに会うという光栄に浴したのですが，非常に深い畏敬の念を今も変わらずに持ち続けております。こんな偉い人の記念講演でお話するということは，本当に私にとっては一種の冒険であり

ます。したがって，このお話を準備するにあたって私の思ったことは，お話する以上，何か壮大なテーマでなければ語るに値しないということでした。先週発見されたばかりの素粒子物理学の最新流行の問題などについてお話するのは適当とは思えません。そこで，細かいことはすべて飛ばして，私と同じ分野で研究している物理学者にとって，最大の問題，すなわち，“物理学の窮極的法則は何か”についてお話しようと思います。

しかし，そのものずばりというわけにはまいりません。私が書いた物理の窮極的法則の OHP フィルムを皆さんにお見せしてディラックに敬意を表したいのは山々ですが，それはできそうにもありません。私が実際にお話するのはもっと控えめなものにならざるを得ません。つまり，将来いつか私たちが発見する窮極的な基礎理論の具体的な形を私たちに告げている何らかの手がかりを，現在の物理学の中に見つけることができるだろうか，ということになります。

まず第一に窮極的な基礎理論とは何を意味しているのかということをお話しなければなりません。科学者たちは過去数百年の間ずっと，日常生活の尺度からどんどん微視的な尺度の世界まで下っていって次々といろいろな説明を考え出してきました。昔からたくさんのわからないことがありました。たとえば，空はなぜ青いのだろう，水はなぜ濡れるのだろう，といった種類の疑問ですが，これらの疑問に対しては原子の性質や光の性質によって答えることができました。次に原子や光の性質は私たちが素粒子と呼んでいるクォーク，レ

プトン，ゲージボソンおよびその他のいくつかの粒子によって説明されたのです。同時によりすばらしい単純さを求めようという動きがありました。それは時が経つにつれて数学がやさしくなるとか，仮定する素粒子の数が年々必ず減少していくということではなく，いろいろな原理がいっそう論理的に一貫したものになるということです。つまり，原理がその性質上，必然性というさらに大きな意味を持ってきます。私のテキサス大学の同僚ジョン・ホィーラーは，私たちがついに最終的な物理法則を知ったときには，それが初めから明白でなかったことに驚くだろうと予言したことがあります。そうかもしれません。それが私たちの求めているものなのです。つまり，最大限可能な必然性を持ち，私たちが物理学について知り得ることがすべてそれから導かれるような簡単な物理の諸原理一式を探したいのです。

そんなことが私たちにできるかどうか，私にはわかりません。実際，簡単な窮極の物理法則一式というようなものが存在するという確信もありません。それにもかかわらず，それを探し求めることはよいことだ，というのは確かなのです。それはちょうどスペインの探険者たちが，メキシコの中心部からまず北へ向かって進んで行ったとき，シボラの七つの黄金の都* を探し求めていたのと同じです。彼らは発見することはできませんでしたが，テキサスのような役に立ついろいろな物を発見したのです。

＊ (訳注) ひたすら黄金と香料を求めた探険者たちがとりつかれていた夢幻の国々，エル・ドラード(黄金郷)の都のことである。

私が窮極的基本法則とは考えていないのは何であるか，という点についても申し上げたい。物理学の他分野が素粒子物理学の窮極理論に取って代わられる危険に瀕しているなどと申すつもりはありません。熱力学がいい例だと思います。今日私たちは水の分子についてはたくさんのことを知っております。将来，水の分子について知るべきことはすべて知ってしまったと仮定しましょう。そして，計算技術が非常に進歩し，コップの中の水の分子すべてを追跡できる計算機があったとしましょう(あり得ないでしょうが，仮にできたとしての話)。たとえコップの水の分子すべてがどのように振舞うかを予測できたにせよ，温度とかエントロピーという私たちが知りたいと思っている性質は，コンピューターから出てくる山のようなプリントアウトのどこかを探しても見つけることはできません。こういった水の性質はそれにふさわしいしかるべき方法で扱わなくてはなりません。そのために熱力学という学問があります。熱力学のおかげでいちいち分子や素粒子の性質まで還元させなくても熱について議論することができます。要するに，熱力学が学問として存在するのは，物質の性質を問題にするためだということは明白であります(もちろんこれは今世紀初頭に争われた問題であったことは，たとえばボルツマンの伝記をお読みになればわかります)。しかし，今日熱力学は，ある意味で物理学のもっと深い基礎的な原理から導かれるということは明らかです。けれども熱力学はずっと存在しておりますし，これからも学問として続いていくのは熱力学の当然の権利であります。同じことは熱

力学より今日もっと活発で，胸をわくわくさせるような科学の分野，たとえば凝縮系の物理やカオスの研究についても当てはまります。もちろん物理の領域以外の自然科学，とくに歴史という要素が介入してくる天文学や生物の分野に対しては，いっそういまお話したようなことは顕著です。

私は素粒子物理学が他の物理学の分野よりも重要だなどとは言っておりません。申し上げたいことは，素粒子物理学というものは，必ずしもすぐに役に立つような価値があるわけではありませんが，基礎的法則と関わっているがゆえに，素粒子物理学独自の重要性を持っております。このことは折にふれ強調されなければならない点であります。とくに素粒子物理学者たちが実験を続けていく巨額の研究費を得るために世間を相手にする場合にはなおさらであります。

この点についてはいささか弁解したい。それは窮極的基本法則を口にする者すべてに向けられる意地悪い言葉があるからであります。還元主義者というのがそれです。もちろん，素朴（ナイーブ）な還元主義が，社会科学の場合ほどではないにせよ，ひどい悪影響を及ぼしたことは事実です。しかし，今日では私たちはすべて還元主義者ですから，還元主義に対して賛成か反対かを問題にすべきではない，と私が考えているのにも意味があると思います。今日，化学者たちはどんなものであれ，原理的にさえ分子の性質から導くことができないような化学親和力の法則に対しては，ひどく疑いの目で見ているのではないかと私は想像しています。

これはソクラテスの時代以前にまでさかのぼることができ

るような昔の姿勢です。しかし，あらゆる物理的実在の基礎をなす少数の簡単な原理を見出そうという現実的な希望を抱くようになったのはほんの60年の昔で，ポール・ディラックが最終的な仕上げをした物理学の大革命，すなわち量子力学として知られている革命の到来のときであります。

この講演を準備するにあたって，量子力学の初歩を学んだ学部学生のレベルに合わせるようにと注文されました。けれども聴衆の皆さんの中にはこの注文通りでない人もいるかもしれません。そこで皆さんに量子力学2分間コースを準備して来ました。持ち時間は2分間ですから非常に単純な力学系を考えざるを得ません。1枚のコインを考えます。運動とか位置といった性質にはすべて目をつぶり，表か裏かだけを問題にしましょう。さて古典的にはコインの状態は表か裏かだけです。コインが一方の状態から他方の状態に変わるとき，古典論はどちらか一方の状態が出ると言います。量子力学では，コインの状態は単に表か裏かということでは記述できないのです。いわゆる“状態ベクトル”という一つのベクトルを指定して初めて正しく記述できるのです。このベクトルは2次元空間のベクトルで，縦・横の軸はそれぞれコインの取り得る二つの状態，表と裏です(図1)。矢印が裏軸(縦軸)方向を向いている場合は，コインは確かに裏が出ていると言ってよいでしょう。もし表軸である水平方向を向いていれば確かに表が出ていると言ってよい。古典力学にはこの二つの可能性しかありません。ところが，量子力学では矢印(状態ベクトル)は中間の勝手な向きをとることができます。もし状

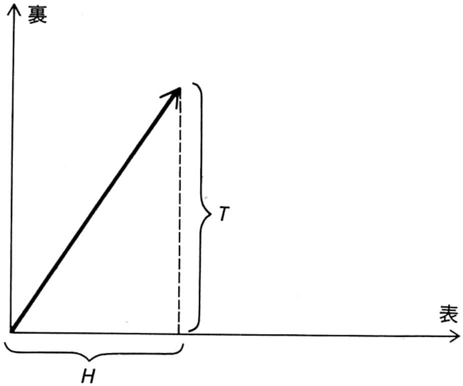


図 1 簡単な量子力学系の一例としてのコイン。(表が出る確率)$=H^2$，(裏が出る確率)$=T^2$，したがって，$H^2+T^2=1$．状態ベクトルの長さは $\sqrt{H^2+T^2}=1$．

態ベクトルが中間のある方向を向いていたとすると，コインは表が出ているのか裏が出ているのかどちらともはっきり言うことができません。しかし実際にコインを見るときは，表か裏か二つに一つの可能性しかありません。すなわち，測定の結果は二つの可能性，表か裏のうちの一つです。コインが表か裏かという測定をするとコインはある確率で表か裏かどちらかにジャンプするのです。その確率は初めに矢印が両軸となす角に依存します。

状態ベクトルは二つの成分，表の成分 H と裏の成分 T によって記述することができます(図 1)。H と T を確率振幅と呼びます。測定の結果表が出る確率は H^2 であり，裏が出る確率はもう一方の確率振幅 T を使って T^2 で表されます。ところで皆さんは大昔のピタゴラスの定理を知っているでし

ょう。これを使えば二つの振幅の2乗の和は状態ベクトルの長さの2乗に等しいことがわかります。あらゆる可能性を尽くしていれば，その確率を全部加えると1になります。つまり振幅の2乗の和は1でなければなりません。したがってこのベクトルの長さの2乗は1です。言い換えれば状態ベクトルは長さが1でなければならない。

こういうわけで量子力学においては，一つの系は長さ1の状態ベクトルで記述され，ある測定を行ったときいろいろ異なる結果が得られる確率は，その状態ベクトルの成分の2乗で与えられます。このときの系の力学（ダイナミクス）は状態ベクトルが時間とともにどう回転するかというルールを与えることによって記述されるのです。瞬間的な短い時間内にベクトルがある角度回転するというルールが，系を力学的（ダイナミカル）に記述する処方箋です。たまたまこれは完全に決定論的な処方箋になっています。状態ベクトルの時間発展は決定論であって，コインのどちらが出るかという測定をしたときに初めて非決定論が介入するのです。

これが量子力学のすべてです。もちろん現実の物理系はもう少し複雑です。たとえばコインには位置が考えられます。ですから状態ベクトルは実際にはもっと次元の大きい空間内にあることになります。すなわちコインが取り得るあらゆる位置に対して空間内に一つの向きを持った新しい軸を考えてやるのです。コインの位置を測定したとすると，ある確率で特定の位置にコインが存在するという結果が得られますが，その確率は状態ベクトルの新しい軸方向の成分の2乗です。

これまで考えてきた空間は複素空間であって実空間ではありません。実際に複素無限次元空間を問題にしているのです。しかしここでお話した例で私のこれからの話には十分です。

ところで量子力学は物理学の将来の窮極的理論においても生き残るでしょうか。私は生き残ると思います。それは，一つには量子力学が過去60年間にすばらしい成功を収めたからであり，もう一つは，その成功以上に量子力学が一種の必然性を持っていると思われるからであります。皆さんは物理の文献で，一般相対論，電弱統一理論，あるいは強い相互作用理論のようにすっかり確立された理論を定量的に検証(テスト)しようというさまざまな試みについて読むことができるでしょうが，非常におもしろいことに，量子力学の定量的検証* をしようという試みにはお目にかかれないでしょう。それは，ある理論を定量的に検証するためには，もっと一般的な理論があって，検証しようという理論がその特別の場合になっていなくてはならないからです。そこで皆さんは，もっと一般的な理論はいったい何を予言することができるだろうかと問い，実験事実がこれらもっと一般的な予言と一致するのか，それとも関心を持っている特定の理論が与える特別な予測と

＊　スピン相関についてのアスペの実験のように，古典力学の定量的実験的検証はあります。ベルが指摘したようにこれらの相関について量子力学から導かれるのは一つの不等式であって，それは古典力学では成り立ちません。この不等式が実験的に満足されているという事実は，古典力学の結論がこれらの現象ではまったく通用しなくなってしまったことを示します。だからと言って，これは量子力学が10％，あるいは0.1％，その他何％の精度で正しいのかどうかということを述べているわけではありません。

一致するのかどうかを見ることができるわけです。ところで，私たちは一般相対論を一般化したり電弱理論を一般化することはできます。こういう一般化をしたところでとくに美しい理論ができるものではありません。今ある一般相対論とか電弱理論を私たちが信じている理由の一つもその点にあります。とは言っても，そういう一般化をしてみることは，一般相対論や電弱理論を検証しようと頑張ってノックダウンしてやるワラ人形ぐらいの役には立つでしょう。

量子力学の何か意味のある一般化ができるかどうか私にはわかりません。つまり，量子力学を一つの特別な場合として含む，もっと広い論理的にも整合性を持った理論を私は知りません。量子力学を一般化しようとしたときよく失敗するのは，確率を加え合わせても１にならないとか，負の確率が現れるといったことです。たとえ皆さんは信じないとしても，実験家が検証してみようとすぐ飛びつくような量子力学の一般化を試みることは有益でしょう。ただし，量子力学は非常に強い必然性を持ったものだと考えなくてはならないとしたら，これはできない相談ですが。

しかし量子力学といえども完全ではありません。量子力学はそれ自身力学的（ダイナミカル）理論ではありません。いわば役者のいない舞台です。役者を登場させなくてはならないのです。役者が動き回る空間を指定しなければなりません。これは無限次元空間です。さらに，状態ベクトルがこの空間内を時間とともにどう回転するかを定める力学法則を与えなければなりません。

私たちの多くの者は，量子力学に欠けているのは対称性の原理だとだんだん考えるようになりました。加えるべきものは一つの原理かもしれないし，いくつか複数の原理かもしれません。対称性の原理とは，さまざまに見方を変えて自然をみることができるということです。このいろいろなやり方で，実際に状態ベクトルの方向を変えることはできますが，状態ベクトルが時間とともにどう回転するかを規定している規則を変えることはできません。見方を変えるこういった変化全体の集まりを自然の対称群と呼んでいます。これは，今日私たちの自然理解において最も深い考え方であるということがしだいにはっきりしてきたのです。私が本当に確信を持っているわけではありませんが，少なくとも一つの可能性であると考えられることをここで提案したい。すなわち，自然の対称群を特定することが，量子力学の原理を超えた物理的世界に関してうんぬんするのに必要なすべてだろうということです。

自然の対称性の概念の典型(パラダイム)は，もちろん時間と空間の対称性に関する群です。これらの対称性の言うところは，実験室がどちらを向いていようと，また実験室がどこにあろうと，あるいは，時計をどう合わせておこうと，実験室がどんなに速く動いていようと，こうしたことは自然法則には無関係だというのです。

例えば回転対称性(回転不変性)を考えてみましょう。この対称性の言うところは，実験室がどんな向きかということは問題ではないというのです。これは具体的にはどういうこと

なのかを見るために，今度はコインではなく，よく似たものとして1個の電子について考えてみることにします。コインのときと同様，電子の運動は無視して電子のスピンだけに注目しましょう。電子のスピン配位の空間が非常に簡単なのは，量子力学でも一種独特な事実の一つと言えます。コインの場合(表と裏)と同様スピン配位も2次元空間です。空間内に勝手な向き(たとえば鉛直方向)にとった軸に対して，電子のスピンはこの軸の向きの上向きか，逆の下向きのどちらかであります(図2)。上向きの場合は電子は軸のまわりに反時計回り，下向きの場合には時計回りに回ります。こういうわけで空間は今度も二つの座標軸を持つことになりますが，表と裏ではなくスピン上向き軸とスピン下向き軸です。電子スピンの状態ベクトルが上向きならば，その場合電子のスピンは確かに上を向いており，状態ベクトルが下向きならば，電子のスピンは確かに下を向いています。しかし上向きと下向きの中間の向きだってとれるのではないでしょうか(たとえば，電子がたまたま水平軸のまわりを時計回りに回転していたとすれば，これはスピン上向き・下向き空間内ではスピン上向き軸とスピン下向き軸の中間の方向で表されます。スピン上向き軸と下向き軸は，鉛直方向に対してスピンの向きがそれぞれ上および下という状態に対応します)。さて，実験室を回転してその向きを変え，たとえば，鉛直方向から θ だけ傾けたとすれば(今いるこの部屋全体を傾けたと想像して下さい)状態ベクトル自身も変化するでしょう。実際，状態ベクトルは $\theta/2$ だけ回転します。これは電子がプランク

定数単位で角運動量(すなわちスピン)1/2を持つという事実の数学的帰結です。しかし状態ベクトルは変化したとしても，状態ベクトルが時間的にどう変化するかを規定している規則(ルール)は変わりません。これが回転不変性が自然の対称性であるということの意味であります。

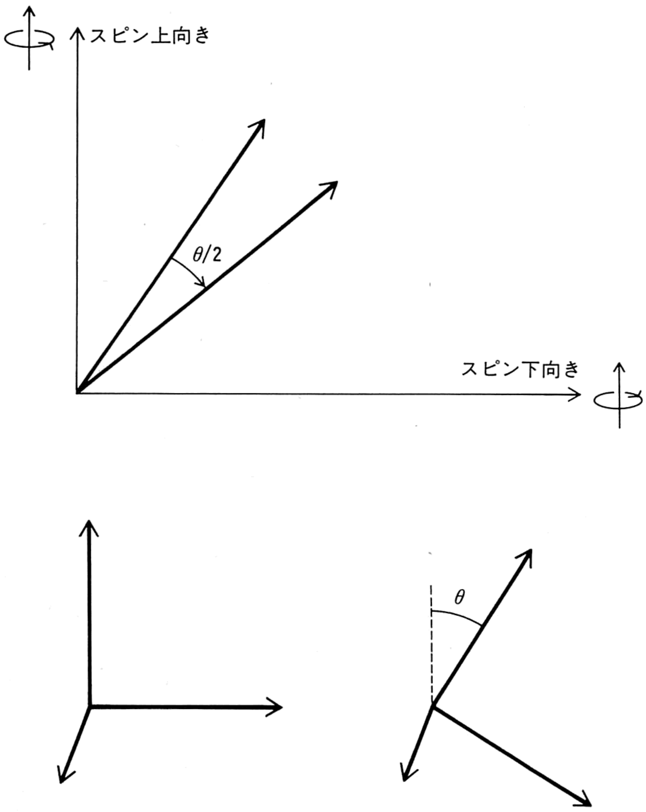


図 2　電子のスピンの回転

時間や空間とは関係のない，いわゆる内部対称性がほかにもたくさんあります。電荷の保存もその一つで，物理学者たちはこの対称性のことをふつうゲージ不変性と呼んでいます。対称性の破れというのは，窮極的な基礎方程式が対称性を満足するにもかかわらず，実際に観測する物理的状態に対応する運動方程式の解は対称性を満足しないということです。私自身の仕事はこの対称性の破れに深く関係しているのですが，それには立ち入らないことにします。

ところで，対称性の原理とは単純性の原理であることは明らかだと思います。つまり，もし自然法則が，アリストテレスの時代にはあたり前と考えられていたように実験室がどちらを向いているかに実際に依存したとすると，自然法則には他のある基準となるものに対して実験室が持つ向きの関係が含まれるはずです。これは事態を複雑にします。おそらく不愉快なくらい混乱することになるでしょう。実験室が向きに無関係ならば自然法則はずっと単純です。それにもかかわらず，一見してこういうことも考えられるかもしれません。すなわち，量子力学と対称性という単純化する原理がたくさんあったとしても，すべての対称性と量子力学と矛盾しないで，きたない理論をたくさん作ることができるのかもしれません。

そんなことはない，ともっと楽観的に考えてよい理由は二つあると思います。第一の理由は，要請するいろいろな対称性の一つが量子力学とほとんど矛盾しそうに思われるからです。ローレンツ不変性として知られている対称性は，1905

年にアインシュタインが発見した特殊相対論の一部をなしています。それによれば，運動が一様で，かつアインシュタインがやったように運動を表現するかぎり，自然法則は実験室の運動には依存しません。この対称性は量子力学とは両立しそうにないので，この二つを組合わせようとするとどんな力学理論を作ったにしても非常にきつい制限を加えることになります。たとえば，どんな理論においても，すべての粒子に対して，質量とスピンは同じで電荷は逆符号の反粒子が存在します。電子に対しては反電子すなわち陽電子が存在しなければなりませんが，これは，1932 年に発見されました。陽子に対しては反陽子が存在するはずです。これは 1955 年に発見されました。反粒子の予言はディラックが放った最も大きなヒットの一つでした。1928 年から 1930 年にかけての理論で量子力学と相対論とを彼一流のやり方で矛盾なく結びつけようと試みたとき，ディラックは反物質の存在が不可避であることを発見しました。相対論と量子力学を結びつけた結果，必然的に導かれるこれと似た結果がほかにもあります。同種粒子が同じ状態にあるときの振舞いはその一つです。今回のディラック記念講演の最初の講演でファインマンが，量子力学と相対論とを一つに結びつければ十分だと話したことを思い出して下さい。つまり，それによって反物質の存在が導き出せるばかりでなく，同種粒子が同じ状態にあるときの振舞いも推測することができるのです（いわゆるスピンと統計の関係）。

もっと一般的に，定理ではありませんが広く信じられてい

ることは，場の量子論という状況以外では量子力学と相対論を矛盾なく結びつけることは不可能だということであります。場の量子論では基本的な存在は場であって粒子ではありません。粒子は場の中でエネルギーのかたまりとでも言うべきものなのです。電子の場があり，光子の場があり等々というわけで，真の素粒子には必ずそれぞれ場が伴っています。

対称性が基本的であり，さらにそれがおそらく量子力学自身を超えた物理学的世界のことを知るのに必要なすべてだと信ずべき理由がもう一つあります。素粒子を記述するのにはいったいどうすればよいでしょうか。どうすれば素粒子を互いに区別することができるでしょうか。そうです，そのエネルギーと運動量，さらに電荷，スピン，その他いくつかの物理量の値を知らなければなりません。もしこういった量がわかれば，それである素粒子についてすべて知ることができたことになります。エネルギー，運動量等々のある値を持った電子はこの同じ値を持った他の電子すべてと完全に同じです（この意味では素粒子というのはまったく退屈きわまりないものですが，それがまた興味をひく理由の一つでもあります）。ところで，こういった値，つまりエネルギー，運動量等は，いろいろな対称性に関係した変換を施したとき粒子がどのように振舞うかということを表したものにすぎません。たとえばすでにお話したように，実験室を回転したとき電子のスピン状態に対応する状態ベクトルは半回転しましたが，この性質は電子のスピンが1/2であるということを表します。同じように，皆さんの全部にとって明白というわけには

いかないかもしれませんが，粒子のエネルギーは，単に時間をずらす，つまり時計の合わせ方を変えたときに粒子の状態ベクトルがどう変化するかを表すものであり，粒子の運動量は，実験室の位置をずらしたとき状態ベクトルがどう変化するかを表します。このような観点から，最も深いレヴェルで私たちにわかったことは，対称性と対称性に対する応答がすべてだということです。物質自身は消えてなくなります。しかし宇宙それ自身が自然の一つの大きな対称群の可約表現として姿を現します。

そうは言っても自然の窮極的な基礎法則というゴールからはまだまだ遠いところにいるわけです。最終的な対称性がわかったと仮定しましょう。そして量子力学を信じ，対称性と量子力学を結びつけるのは場の量子論という形式によってのみ可能となると信じると仮定したとしても，私たちにできることはせいぜい無限個の定数を含んだ理論の枠であってその定数もこれから決めなくてはならないのです。

ディラックがあの偉大な仕事において実際に考えた粒子，すなわち電子と光子だけが粒子として存在する一つの架空の世界を考え，その中でいまお話したことを説明してみることにしましょう。次の式を考えます。

$$\begin{aligned}\mathscr{L}=&-\bar{\psi}\left(\gamma^{\mu}\frac{\partial}{\partial x^{\mu}}+m\right)\psi-\frac{1}{4}\left(\frac{\partial A_{\nu}}{\partial x^{\mu}}-\frac{\partial A_{\mu}}{\partial x^{\nu}}\right)^{2}\\&+ieA_{\mu}\bar{\psi}\gamma^{\mu}\psi-\mu\left(\frac{\partial A_{\nu}}{\partial x^{\mu}}-\frac{\partial A_{\mu}}{\partial x^{\nu}}\right)\bar{\psi}\sigma^{\mu\nu}\psi\\&-G\bar{\psi}\psi\bar{\psi}\psi+\cdots\end{aligned}\tag{1}$$

たいていの人にとっては，これはまったくわけがわからない式でしょうが，これからたくさんのことがわかるという人もいるのです。幸いこの式の詳細は，これからのお話の要点にはほとんど関係ありません。ともかく式に出てくる記号が何を意味しているのかを簡単に説明しておきましょう。$\mathscr{L}$はラグランジアン密度を表します。大ざっぱにエネルギー密度と考えて下さって結構です。エネルギーは状態ベクトルが時間的にどのように回転するかを決める量ですから，ラグランジアン密度はまさにその役割を果たしているのです。つまり系の時間発展を記述します。(1)の右辺で見るように，二つの場とそれらの微分を含む積の和で書かれています。ψは電子の場(時空の位置 x の関数)で m はその質量です。$\partial/\partial x^\mu$ は時空の位置によって場がどのように変化するかを表します。γ^μ と $\sigma^{\mu\nu}$ は行列ですがこの説明は省き，γ^μ がディラック行列と呼ばれる行列だということだけ申し上げておきます。A_μ が光子の場で電磁場です。

(1)の右辺の各項を順に見てみましょう。第1項には電子場が2回，第2項には括弧の2乗ですから光子場が2回含まれます。第3項と第4項は電子の場が2回，光子の場が1回現れています。第5項は電子場を4個含む等々というわけです。量子電気力学の対称性はラグランジアンの各項をあいまいさなく作る現則を与えてくれますが，関与する場の数が増えるにつれ，また場の微分演算子の数が増えるにつれてラグランジアンに現れる項の数はいくらでも増えていきます。各項には結合定数と呼ぶそれぞれ独立な定数がかかっていま

す。(1)の e, μ, G, ･･･ がそれです。結合定数は各項が力学（ダイナミクス）に及ぼす強さを表します。最初の2項には結合定数が現れないのは，二つの場 ϕ と A_μ の定義に結合定数を吸収させて定義したからです。たとえば，仮に第1項の前に定数が掛かっていたら，それを ϕ に吸収させて ϕ を定義し直しておけばよろしい。しかし残りの無限大マイナス2個の各項には結合定数が掛かっています。原理的にはすべてこれらの定数は存在し，すべて私たちの知らないものです。いったいこんな理論がこの世の中で一文の得にもなり得るのでしょうか。

いやいや，そう捨てたものではありません。実験的には(1)の最初の2項だけ残して高次の項は全部無視したラグランジアンが，驚異的な精度で電子と光子を正しく記述します。これが量子電気力学(QED)として知られている理論なのです。

この講演でQEDがどのくらい精密な理論なのかをお目にかけるために一つの測定値を挙げましょう。それは電子の磁場の強さです。電子は一つの小さい磁石と考えることができます。磁石としての強さは電子の磁気モーメントと呼ぶ数値で与えられます。それを表すにはCGS単位ではなく自然単位を使うのが便利です。1928年のディラック理論では，電子の磁気モーメントは本来自然単位では1でした。ところが，この項に補正が加わります。それは，電子が絶えず自分が放出してまた再吸収する仮想光子や電子-陽電子対の雲をまわりに伴っているからです。この補正は何人もの人が計算

しました。最初に計算したのはシュヴィンガーだと私は思いますが，最も新しく包括的な計算は 1981 年の木下(東一郎)によるものです。実験値と並べてお目にかけましょう。

電子の磁気モーメント：

木下の計算*	1.00115965246±0.00000000020	(2)
実験値	1.00115965221±0.00000000003	

両者の一致が悪くないことは納得していただけますね。理論値の不確定さの大部分は電子の電荷の値，(1)の定数 e の不確定さに起因します。こういうわけで，原理的には光子と電子のラグランジアンは無限に複雑な構造を持っているはずですが，事実上は(1)の最初の 3 項だけが重要だと思ってよさそうです。

物理学者の多くは，電子と光子の振舞いがなぜ(1)の最初の 3 項だけで記述できるのかわかっていると考えていました。これは 1930 年代のハイゼンベルクの仕事にさかのぼるわけですが，ほんの 5, 6 年前までならば何の躊躇もなくこれでめでたしめでたしというわけでした。この議論は次元解析に基づいております。すなわち物理量の単位，つまり“次元”の考察に基づくものです。ここではプランク定数および光速を 1 とする物理的単位と呼ぶ単位系で考えます。このように選ぶと質量の次元だけが残ります。つまりどんな物理量

*　(訳註) これは $\alpha=e^2/(4\pi\hbar c)$ の 3 次 $O(\alpha^3)$ までの摂動計算の結果であるが，その後木下によって 4 次 $O(\alpha^4)$ までの結果が得られており，その大きさは $-1.434(138)(\alpha/\pi)^4$ である。ここに $\alpha\simeq1/137$ である。

も質量のべきで表されることになります。たとえば距離とか時間などはグラム分の1の高次のべきで表されます。断面積は通常長さの2乗ですから，これもグラム分の1のずっと高次のべきで表されることになります。実際，自然単位で表すと断面積や磁気モーメントなどたいていの物理量は質量の逆数の何乗かの次元を持ちます。さて，まずすべての相互作用は(1)の第3項の定数 e のように，ただの数の結合定数を持っていると考えましょう(物理的単位では e は近似的に $\sqrt{4\pi/137}$ であって，質量にどんな単位を使おうとそれには無関係です)。結合定数はすべて無次元で e のようにただの数だと仮定します。するとエネルギー E が非常に大きいとき，ある物理量に対する仮想光子や電子-陽電子対の雲からの寄与は容易に計算することができます。ある物理量 $\mathcal{O}$ の次元が[質量]$^{-\alpha}$ であると仮定しましょう。ただし α は正数です(もちろんこの単位では光速は1ですから質量とエネルギーは同じ次元を持ちます)。ところで仮想粒子のエネルギー E が，始状態あるいは終状態にある粒子の質量やエネルギーよりずっと大きければ，エネルギーの単位を固定するものは何もありません。すると物理量 $\mathcal{O}$ に対する高エネルギー仮想粒子の寄与は

$$\mathcal{O} = \int^{\infty} \frac{dE}{E^{\alpha+1}} \qquad (3)$$

のような積分で与えられます。というのは，物理量 $\mathcal{O}$ に対して正しい次元，つまり正しい単位を与えるのはこれ以外に考えられないからです(積分の下限は，高エネルギーと低エネ

ルギーを分けるある有限のエネルギーです)。この議論は，質量やエネルギーの次元を持った量がほかに理論の中に現れない場合にだけ成り立ちます。物理学者はみんな，とくにほかに考えようがないときはよくこういう議論をします。

今度は理論の中に質量の次元を持つ定数が存在して，質量の負べきが増大した場合を考えましょう。ある定数の次元は[質量]$^{-\beta_1}$，他は [質量]$^{-\beta_2}$ などと仮定します。するといまやった簡単な場合とは違って

$$\mathcal{O}=C_1C_2\cdots\int^{\infty}\frac{E^{\beta_1+\beta_2+\cdots}}{E^{\alpha+1}}dE \qquad (4)$$

となります。理由は前と同じで，この形しか物理量$\mathcal{O}$に正しい次元を与える量が作れないからです。(3)はちゃんと定義された表式です。αが0より大きくさえあれば積分は収束します(加え合わせても無限大にならない)。ところが(4)は，$\beta_1+\beta_2+\cdots$ が α より大きい場合はちゃんと定義された量になりません。というのは，分子の E のべきが分母のべきより大きいので積分は発散してしまうからです。重要な点は，分母のエネルギー E のべきがどんなに大きくても，すなわち α がどんなに大きい値であっても，エネルギー E の負べきの次元を持つ結合定数 C_1, C_2, $\cdots$ があると，この次元を打ち消すだけの E の高い正べきが分子に必要になって積分は発散してしまう。つまり，結合定数がたくさんあると，最終的には $\beta_1+\beta_2+\cdots$ が α より大きくなって積分が発散します。

(1)のラグランジアンをよく見ると，定数 e, μ, G などの

次元を決定するのは難しくない。ラグランジアン密度に含まれている各項の次元は［質量］^{4}のはずです。なぜなら，距離と時間の次元は質量の逆数であってラグランジアンを時空で積分したものは無次元でなければならないからです。$m\bar{\psi}\psi$という項を考えると，電子場の次元は［質量］$^{3/2}$であることがわかります。$(3/2)+(3/2)+1=4$となるからです。微分演算子の次元は［質量］^{1}ですから光子場の次元もやはり［質量］^{1}です。それでは結合定数の次元はどうでしょうか。すでにお話したように電荷はふつうの数になりましたから無次元です。場の数が増え，さらに場の微分が増えていくと，次元は質量の正べきで大きくなるので，ラグランジアン密度の次元が［質量］^{4}に保たれるためには，対応する結合定数の次元をどんどん低くしなければなりません。最終的にはμやGのように質量の負べきの次元を持つ定数が現れることになります。（μの次元は［質量］$^{-1}$, Gの次元は［質量］$^{-2}$です。）（1)のμやGを係数とする項は電子の磁気モーメントの実験と理論の一致を損なうことになります。したがって経験的には，すばらしい精度でこれらの項は存在しないと言うことができそうです。事実，それは(4)で見たように，μやGを係数にする項は無限大の結果を与えるからという説明で，長い間誰もが納得してきたように思われます。

もちろん，まさにそれが探し求めていた理論でした。すなわち，量子力学と少数の対称性の原理に基づく理論的な枠組で，特定の力学原理，つまりラグランジアンはある特別な形をとる場合だけ数学的に矛盾を含まず首尾一貫しているので

す。最終的には，これ以外にはもう考えられないという感じを持ちたいものです。

さて量子電気力学のような理論は測り知れない成功を収めましたが，今日，この成功にそれほど感心できない理由もまだいくつかあります。しかし，まずこの理論がどんなにすばらしいかをお話すべきでしょう。前に電子の磁気モーメントを例にとって，量子電気力学が光子と電子の理論で収めた成功をお話しました。1960年代にこの考えが陽子や中性子という核粒子の弱い相互作用に適用され，1970年代に入り，うまくいくことが実験的にもしだいに明らかになってきました。1970年代には素粒子の強い相互作用に対して同じ考えが適用されたのです。理論が非常にきれいなので実験的検証を経ないうちに広く受け入れられましたが，その後実験的検証がどんどん増えております。現在私たちは，まさに(1)で与えられるようなラグランジアンに基づく理論を持っているのです。事実，それぞれのタイプの場には何個かの自由度に対応する場がありますから，それを添字で区別します。すると(1)のはじめの3項がまさにいわゆる標準模型* を与えるラグランジアンです。これが，現在私たちが使っている強い相互作用，弱い相互作用および電磁相互作用です。これが現在の加速器で到達可能なエネルギー領域の物理全体を記述で

＊ （訳注）標準理論は物質の基本粒子として6種類のクォークと6種類のレプトンを含み，クォークはそれぞれ3種類の色(カラー)の自由度を持つ。これらの粒子がゲージ粒子である光子，弱ボソン(W，Z)，グルーオンを交換することによって，電磁相互作用，弱い相互作用，強い相互作用などのゲージ相互作用を行う。

きると思われている理論です。

しかし，どうもまだ満足できません。前にお話したように，一般に理論には有限個の自由なパラメーターがあります。すなわち，この種の理論には e のようなただの数である定数が有限個含まれています。というのは，相互作用をもっと複雑にしようと思えば，いつでも結合定数の次元を質量の負べきにしてやりさえすればよいからです。満足できない理由の一つは，有限個の自由なパラメーターとは言ってもその数が非常に多いからなのです。いまお話した標準模型の場合は，私たちが理論的に必要だと考えている粒子以外はもう新たに粒子が発見されないと仮定しても，理論と実験が一致するためには，少なくとも17個の自由なパラメーターをうまく選ばなくてはなりません。たしかに現在実験室で到達可能なエネルギー領域の物理をすべて記述しようとしたとき，17個はそんなに多くないとも考えられます。しかし，窮極的理論で期待されるパラメーターの数にしてはこれはまだ多過ぎます。これら17個* のパラメーターが実験的にわかっている値とピタリと一致した値をとらなければならない理由を私たちはまったく知らないのです。

もう一つ標準模型が気にいらないわけがあります。それは，重力のことです。前にお話したように，物理量を計算するときどうにも処置しかねる無限大が出てこないようにする

＊ （訳注） クォークの質量(6)，荷電レプトンの質量(3)，電磁，弱，強相互作用の強さ(3)，ヒッグズポテンシャル(2)，クォークの混合角(3)。

ためには，相互作用の強さを表す結合定数が無次元でなければなりません。質量の負べきの次元を持ってはいけないのです。ところで，重力の強さを表す定数であるニュートン定数は次元を持っています。物理的単位ではニュートン定数は $10^{-10}g^{-2}$ ですから質量の負べきの次元です。したがって，前にお話した論法に従えばニュートン定数を含む重力理論はすべて無限大の発散を含みます。弱い相互作用，電磁相互作用および強い相互作用に対して展開した場の量子論の考えに従って，無限大を含まない重力理論を作ろうといろいろ試みられました。しかし結局のところそれは失敗だったと認めざるを得ません。一つ有望と思われるのは，1980 年ホーキングがかつてディラックやニュートンが占めたルカス教授職就任講演(1980 年 4 月 29 日)で述べた試み* です。この講演でホーキングは量子重力に関してまさに同じ問題を論じて，$N=8$** の超対称性というある特殊な対称性をつけ加えることができ，それにより無限大が相殺されて有限の理論が得られる可能性があることを示唆しました。今日大ぜいの理論家の仕事からわかったことは，$N=8$ 超重力は摂動論の低次では有限になるけれども高次の計算――私は 6 次またはそれ以上だと思いますが――まで進むと発散します。計算が非常に難しいので，理論の中に無限大が現れるということを実際に

---

* （訳注） S. Hawking, *Is the end in sight for theoretical physics?* 1980, Cambridge Univ. Press. 邦訳，科学 **51**(1981)280.

** （訳注） N はスピナーの変換性を持つ荷電演算子の数を表す。N 重超対称理論の一つの超対称多重項には 2^N 個の状態が存在する。スピンが 2 以下の粒子だけで理論を構成しようとすると，N は 8 以下に限られる。

示した者はまだ誰もいません。しかし，たいていの人は，こういう理論が超対称性を持とうと持つまいと，あらゆるものと相互作用する有限な重力理論に通じると考えるほど楽観的ではありません。それにもかかわらず，数学的整合性を持ったすべての相互作用の理論を探し求めようというホーキングの講演の精神は，今日ここで私がお話していることとまさに同じなのであります。

大部分の理論物理学者は，現在，私たちの誇る標準模型，すなわち弱い相互作用，電磁相互作用および強い相互作用の量子場の理論は，それよりもっとずっと深い，まったく違った理論の低エネルギー近似以上の何物でもないと考えるようになっています。自然は，現在研究されているエネルギー領域より途方もなく高いエネルギーになって初めてその単純な姿を現すのではないかと思わせる徴候が二つあります。その一つはこういうことです。仮に電弱相互作用と強い相互作用の結合定数が，現在それを決定したエネルギーよりずっと高いエネルギーではどうなるか想像してみましょう。エネルギーが陽子の質量の 10^{15} 倍 (10^{15} GeV) より大きくなると，結合定数の値がすべて近付いてきてついにはすべて等しくなります。ニュートンの重力定数も等しくなるのです。これがまさに重力理論に無限大を持ち込んだ元凶で，現在の理論では，その値は自然単位では $(10^{19}\,\mathrm{GeV})^{-2}$ です。これは，もしこういう高エネルギー領域で実験ができたとすれば，あらゆるものが統一された単純な描像が発見できるかもしれない，つまり，長い間待ち望んでいた物理法則の必然性すら与えられる

かもしれないということを示唆しています。

しかしそれはできない相談です。予見し得る人類の未来においても(私たちの生きている間はもちろん)，こんな高エネルギーの実験はおろか加速器を作ることも無理でしょう。今のところ窮極理論は 10^{12} から 10^{15} GeV の深淵のかなたにあって，実験の援助もほとんど望むことができません。

ところで私たちの理論は，窮極的な基礎理論，たぶんそれは私がお話した標準模型などとは似ても似つかぬ理論に対する低エネルギー近似に過ぎぬとすれば，標準模型がなぜこんなにうまくいったのかと疑問に思われるかもしれません。そう，答はきわめて簡単です。いや，少なくとも私たちは非常に簡単だと思っています。質量の負べきの次元を持つ定数はすべて，この新しい基本的なエネルギー・スケールの負べきで書いても，同じべき指数で表される程度の大きさなのです。(1)を思い出してみると，μ は［質量］$^{-1}$ の次元でしたから $(10^{15}\sim10^{19}\,\mathrm{GeV})^{-1}$ の程度と考えてよい。同様に G の次元は［質量］$^{-2}$ でしたから $(10^{15}\sim10^{19}\,\mathrm{GeV})^{-2}$ の程度でしょう。他も同様です。これは信じられないほど小さい数ですから，これらの定数は理論と実験，たとえば電子の磁気モーメントを比較する場合には何も影響しません。つまり，現在の理論は非常にうまくいっており，それがさしあたり満足している理由であるということも確かです。しかし，これがまた困ったことでもあるのです。なぜかと言うと，いかなる将来の理論も現在のものとは似ても似つかぬものになりそうなことがはっきりしてきたからであります。標準模型は成功しました

が，それは，標準模型とは異なる理論を可能にするような項が，当然のことながら非常に小さかったからにほかなりません。これら小さい項の効果を見つけようと実験家はさまざまな実験をいたしました。陽子崩壊実験，ニュートリノ質量測定実験がそれであります。これらはやがて結果が出るでしょうが，今のところはまだ見つかっておりません。また，重力自身を除けば，本当の真理が隠されていると考えられている最高のエネルギー・スケールの領域から，現在私たちが問題にしている領域まで何の効果も見出されておりません。

そこで弦理論が登場します。これから10分間，我慢できないほど専門的になりますが，ふつうの言葉でどう言ったらいいかわからないような専門用語に終始するわけではありませんから，安心して下さい。

過去2年間，理論物理学者は，10^{15}〜10^{19} GeVのエネルギー・スケールで自然を眺めると，自然界の窮極的構成要素は粒子とか場ではなくて，ひも(弦)であるというアイディアの虜になってしまいました。ここでは議論をなるべく単純にしたいので，一種類のひも* だけについてお話することにします。そのひもというのは小さい輪で，時空内の不連続性を表します。つまり，輪の中をぐるぐる回る時空内の小さな異物です。ふつうのひものように張力により振動しますから，無限個のモード(振動様式)が現れます。このモードのひとつひとつを異なった種類の粒子と考えるのです。一番軽い質量の

* (訳注) ここに出てくるのは輪のように閉じたひも(閉弦)だが，もう一つは両端が開いたふつうのひも(開弦)である。

粒子に対応する最低モードがあり，次に軽い粒子に対応して次のモードが存在し･･･というわけです。素粒子どうしの相互作用は，これらの輪がくっついて一つになったり，切れて離れたりすることによって生じます。時空内に2次元の面を考えるとその様子を記述することができます。というのは，ひもが空間内を動いて時空内に2次元の面(管)を作るからです。素粒子の間のどんな反応でも2次元面の時間的発展として見ることができます。つまり，この面がいろいろに分かれたり，またくっついたりして，その間に始状態にあったひもを吸収し，終状態に実現するひもを放出するわけです。たとえば，2粒子が衝突して3粒子が出ていく散乱過程は，2本の長い管(始状態の粒子を表す)が2次元面に入ってきて3本の長い管(終状態の粒子を表す)が出ていくというふうに表すことができます。粒子が入って出ていく中間では，面自身はかなり複雑なトポロジーを持つかもしれません(図3)。

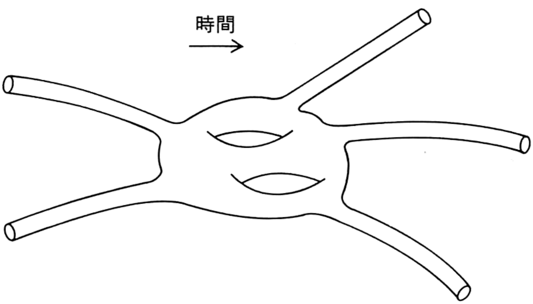


図 3　2粒子状態から3粒子状態への散乱を表す図

表面は適当な座標を導入して，その目盛によって表すことができます。面は2次元ですから面上の点 σ は二つの座標 σ^1 と σ^2 を与えれば決まります。こうしてひもの上の点がある瞬間にどこにいるかが完全にわかります。それには $\sigma=(\sigma^1, \sigma^2)$ で表される面上の各点に時空内の点 x^μ を対応させる規則を設定してやらなくてはなりません。数学的にそれを $x^\mu(\sigma^1, \sigma^2)$ と書きましょう。面の幾何学を記述する面上の内部計量も考えなければなりません。4次元の一般相対論の場合と同じように，計量を位置の関数である行列 $g_{\alpha\beta}(\sigma)$ と書くことにします。もちろん2次元の面を扱うのですから α と β は1および2だけをとります。計量を使って面上の少し離れた2点 σ と $\sigma+d\sigma$ の間の距離を $ds=\sqrt{g_{\alpha\beta}(\sigma)}\, d\sigma^\alpha d\sigma^\beta$ と表すことができます。

ファインマンによって定式化された量子力学の規則によれば，確率振幅(これを2乗すればある衝突過程が起こる確率が得られる)を知りたいときは，その衝突が実現すると考えられるすべての過程をある重みをつけて平均しなくてはなりません。ひもの理論では，それはある特定の衝突過程が起こる2次元面すべての履歴を加え合わせることを意味します。ところで，ひとつひとつの履歴はさきほどお話した $x^\mu=x^\mu(\sigma)$ と $g_{\alpha\beta}(\sigma)$ という二つの関数によって特徴づけられます。確率振幅を計算しようとするときに実行しなければならないことは，それぞれの履歴について $I[x, g]$ という量を求め，可能な2次元面のすべてに対して $e^{-I[x,g]}$ を計算することです。$I[x, g]$ は作用と呼び，$x^\mu=x^\mu(\sigma)$ と $g_{\alpha\beta}(\sigma)$ の

関数で次の式で与えられます*。

$$I[x, g]=\frac{1}{2}\int\sqrt{g(\sigma)}\,g^{\alpha\beta}(\sigma)\frac{\partial x^{\mu}(\sigma)}{\partial\sigma^{\alpha}}\frac{\partial x^{\nu}(\sigma)}{\partial\sigma^{\beta}}d^{2}\sigma \quad (5)$$

このひもの理論が非常に刺激的（エキサイティング）になった一つの理由は，これが初めて無限大が現れない重力理論だったからなのです。これまで重力を扱おうといういかなる試みも，この無限大を免れることはできませんでした。実際，ある意味で重力はこのひもの理論で発見されたと言ってもよいでしょう。（もちろん私は重力がひもの理論よりずっと昔に発見されたことは知っていますが。）もともとひもの理論は1960年代の終わりから1970年代の初めにかけて，原子核を構成する陽子と中性子や中間子など，いわゆる核粒子の強い相互作用を理解する手段として発展してきたのです。まもなく，長い

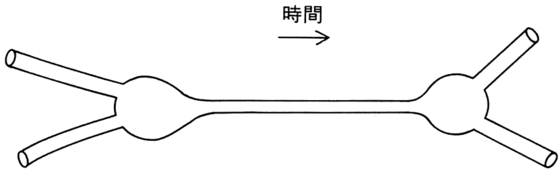


図 4　質量0，スピン2の粒子の放出と吸収を含むひもの切り口

*　実際には作用にもう一つの項がありますが，それは摂動論の異なる次数の相対的なスケールを与えるだけのものです。［（訳注）これは南部と後藤によって初めて提案された，いわゆる南部-後藤の作用である。］

細い管の面(図4)が，始状態の粒子と終状態の粒子の間にスピン2，質量0の粒子に対応する輻射のパルスが伝わる様子を表すということがわかりました。(質量0の粒子とは光速で走る粒子のことです。またスピン2というのは，電子のスピンが1/2であるという場合と同じ単位です。) ところで昔はこんな粒子は厄介物でした。重力輻射の量子であるグラヴィトンはまさにこういった性質を持っていることがわかっていました。しかし，1960年代の終わり頃から1970年代の初め頃に提案されたいろいろなひもの理論は，強い相互作用を扱うためであって重力相互作用の理論ではありませんでした。事実，スピン2の粒子が現れるような困った事態が，1970年代初期以後のひもの理論に暗い影を落していたのです。

実際には，1974年シャークとシュヴァルツがひもの理論は重力の理論と考えるべきだと示唆したのですが，誰も当時はそれを真面目に受け取りませんでした*。グリーン，グロス，ポリャコフ，シュヴァルツ，ウィッテンおよびその他の人々(これらの人々の若い協力者も含めて)の仕事の結果，物理学者たちがひもの理論を 10^{15}～10^{19} GeV という窮極的なスケールにおける最終的な物理法則の有力な候補だと考え始めたのは，わずかここ数年のことであります。

ところで皆さんはこういった展望が，それほど魅力的ではないと思われるかもしれません。いずれにしても，理論を書

* (訳注) 米谷(民明)も独立に同じ頃に提唱していた。

き表すためには作用を与えなければなりません。この作用はラグランジアンの積分です。(5)の積分記号の中に出てくる量は，ラグランジアンすなわちエネルギー密度を表します。これは(1)で量子電気力学に対して書き下したものに対応します。皆さんはきっとこう言うに違いない。そう命令したのは誰だ？　それがこの世界の正しい理論だなんて誰が言ったのか？　実験的にはふつうのひもはそんなふうに振舞うのかもしれない。しかし，それでどうだと言うのだ？　ほかに項が無限個あってもいいではないか？　要するになぜひもなのか？

この理論は，実際には対称性を用いて納得のいく合理的説明ができるのですが，見てすぐにわかるというぐあいにはいきません。(5)の作用はいろいろな対称性を持っています。一般相対論と同じように計量を導入したので，座標の定義を変える変換 $\sigma \to \sigma'(\sigma)$ に対して不変です。さらに，自明な対称性ではなく，2 次元の場合だけ成り立つという対称性もあります。これは局所的な長さのスケール(ものさし)の変化，いわゆるワイル変換に対する対称性です。この場合は $g_{\alpha\beta}(\sigma) \to f(\sigma) g_{\alpha\beta}(\sigma)$ のように計量に位置座標の任意の関数を掛けても理論が不変なのです。最後はどちらかと言えばわかりやすい対称性でローレンツ変換 $x^\mu \to \Lambda^\mu{}_\nu x^\nu + a^\mu$ に対する対称性です。初めの二つの対称性はひもの理論にとっては不可欠と思われます。もしこれらの対称性がなければ，すべての面を加え合わせた場合，意味のある結果が得られないということがわかります。つまり，これら二つの対称性が成り立た

なければ，負の確率が現れるか，あるいは確率を加え合わせても全確率が1になりません。事実，対称性を破ることができるような非常に微妙な量子効果があって，座標とスピン1/2の座標(ここでは言及しませんでしたが)を正しく組合わせないと，量子異常が現れて対称性が損なわれます。けれども細心の注意を払って計算すると量子異常は打ち消し合って，いまお話した対称性はそのまま成り立ち，面の履歴について加え合わせた結果はちゃんとした意味を持ちます。

数学にはこれまで考え出された理論の中で最も美しいものの一つと言ってよいような美しい分野があります。実はそれを用いて座標変換とワイル変換不変な2次元面の持ついろいろな性質を扱うことができるのです。この分野は19世紀前半のリーマンの仕事にさかのぼります。その有名な結果は，ひもの物理を理解するのにうってつけの道具になりました。たとえば，勝手な2次元面のトポロジー(厳密に言えば勝手な向きづけられた閉じた面)を記述するために必要なことは，ハンドル* の数を与えることです。さらに，ハンドルの数が与えられたとき，座標変換あるいはワイル変換で移り変わり

＊ (訳注) ハンドルというのは図のように曲面にくっつけた取っ手である。図は $h=1$ および $h=2$ の場合。



得るものは度外視して，面の幾何学を書き表すためには有限個のパラメーターを指定しなければなりません。2次元面の履歴について全部加え合わせた上で，これらのパラメーターは積分してしまわなければなりません。パラメーターの数は，ハンドルがないときは0，ハンドルが1個あれば2で，一般に，ハンドルの数が $h\geq2$ のときパラメーターの数は $6h-6$ です。

表面の履歴について全部足し上げるという計算には，こんな昔の数学の定理が役に立っているのです。対称性が存在しなければ計算はできませんし，万一計算できたにせよ，おそらく結果はナンセンスでしょう。ですから対称性は絶対必要なのです。そのうえ，さあここがポイント，肝心かなめのところ，対称性は作用まで決定するのです。この作用，すなわちこの力学（ダイナミクス）の形式，これがこれらの対称性と両立する唯一のものなのです(いろいろ条件* はありますが，私の言って

---

* ここに挙げたさまざまな対称性を満足し，作用に現れる時空座標 x^μ の数とスピン1/2の変数の数が異なるひもの理論はたくさんあります。困ったことに，これらの理論はどれも時空座標の数が4より大きいのです。これに対する一つの考え方は，余分な座標はコンパクト化する，つまり，非常に小さい領域の中に縮めて巻き込んでしまうのです。しかしこれですべての可能性が尽くされるわけではありません。もっともらしい理論を探すのにもっとわかりやすい方法は，4次元時空座標に対してローレンツ不変性だけを仮定し，余分な時空座標とスピン1/2の変数を加えるやり方です。するとこれら要素の数と作用の形は，量子的ゆらぎがあっても他の対称性(座標変換やワイル変換)が保存すべしという要請によって決められます。このプログラムはやっと手がつけられたばかりです。とりわけ，いったい満足すべき理論があるのかどうか，もしあったとすればその理論には自由なパラメーターなどが含まれるのかどうかということはまったくわかりません。

いることで真実を尽くしております)。言い換えれば，もはや何もつけ加えることはありません。これらの対称性と両立する項はもうほかには存在しません。こういうことがダイナミカルな理論で実現したのは初めてのことではないでしょうか。すなわち，理論の対称性が完全に力学（ダイナミクス）の構造を決定した，つまり，状態ベクトルの時間変化を引き起こす物理量を完全に決定したわけです。何人かの物理学者をかくも興奮させたのは，何よりもまさにこういうわけなのだと思います。この理論はこうなるべき必然性を持っている感じがいたします。変更を加えたらだめになってしまう理論です。すなわち，この理論に何か手を加えようとすると，たとえば，余分な項を加えるとか，定義で決まっているやり方を変えるとか，こういうことをすると対称性が失われます。対称性が失われたら理論は意味をなさなくなってしまいます。履歴について足し上げること，すなわち面について足し上げることができなくなって無意味な結果になるのです。こういうわけで，ひもの理論が重力を取り入れているという事実はさておき，私たちは今までよりは窮極的な自然法則に近づきつつあるのだという点に関しては，楽観的になってよい理由はもっといろいろあります。

この理論を作った人々も，私のように理論を作った者の一人とは言えないまでも，これに追いつこうと懸命に努めている者も，どうすればこの理論が解けるのか，ふつうのエネルギー領域ではこの理論は何を主張しているのか，標準模型と

一致するのかどうか，といったことを明らかにしようといろいろ試みているのです。これがこの仕事について私が説明した方がよかったと思うポイントの一つであります。ひもの理論には自由なパラメーターはないと申しました。たしかにありません。すなわち，勝手な数はこの理論には現れないのです。しかし，こう言うと実際には誤解を招くかもしれません。というのは，x^{μ} はひもの自然単位で測ったひもの上の点の位置ベクトルだからです。自然単位ではなく，長さにセンチメートルのような単位を使えば，(5)に一つ定数を導入しなければなりません。この定数が，いわゆるひもの張力です。これは，ひもの単位とふつうの計量単位の間の換算因子です。ひもの張力はエネルギーの2乗の次元で，計算すると 10^{18}GeV 程度です(ニュートンの重力定数を用いて計算)。したがって，これがひもの理論の基本的尺度(スケール)です。私が“ひもの理論を解く”と言った意味は，私たちが実験している 10^{18}GeV よりずっと低エネルギー領域において，これらの理論が予言するものは何かということを発見することであります。今日めざすところは，ひもの理論が弱い相互作用，電磁相互作用および強い相互作用に関する標準模型を果たして本当に予言するか否かを突きとめることであります。もし予言できるものなら，第二の問題は，ひもの理論は標準模型に含まれている17個あるいはそれ以上のパラメーターについて何を予言し得るか，ということであります。電子の質量，クォークの質量その他もろもろに関して，ひもの理論は直接何か言うことができるでしょうか。理論物理学者の多くは，

いま持っている最も価値あるものに賭けています。この理論は非常に美しいので，物理学の窮極的法則として生き残るだろうと。

さて，物理学の理論の美しさとは何を意味しているかを簡単にお話したいと思います。私のお話をしめくくるにあたって，もうディラックはこの世にありませんが，おそらくその霊はケンブリッジから遠く離れることはないでしょうから，亡きディラックの霊と短い対話をしてみたいと思います。私は聴衆の大部分が学生だったある講演で，ディラックが，物理の学生は，物理学に出てくる方程式がどんな意味を持っているかなどということは気にしてはいけない，方程式の美しさだけを問題にすべきだ，と話したのを聞いたことがあります。先生方は学生が皆ディラックの真似をしたら困ってしまいます。美しさは理論物理学をやる上で私たちの指針ではありますが，求めているのは紙の上に印刷された方程式の美しさではなく，いかに方程式を筋道の通ったものたらしめるかという原理の美しさです。必要なのは必然性を持った原理なのです。方程式が多少美しいかどうかは問題ではありません。たとえば，アインシュタインの一般相対論の方程式は一組の2階微分方程式で表されます。ニュートンの重力理論も同様です。この点では両者の美しさは同等と言えます。実際はニュートン理論の方が方程式の数は少ないので，より美しいとも言えましょう。しかしアインシュタインの一般相対論の方がはるかに強い必然性を持っています。アインシュタインの理論においては，逆2乗法則が成り立つ条件，すなわち

遠距離で物体の速さが遅い場合には，力は必然的に逆2乗法則にならざるを得ないのです*。アインシュタインの理論ではあれこれ時間つぶしをすることはなくて，物体自体を落としてみなくても得られるのは，遠距離における逆2乗法則だけなのです。ニュートンの理論では，逆2乗以外のどんな逆べき法則でも容易に出してくることができます。厳密さ，すなわち法則がより強い必然性を持っているという意味でアインシュタインの理論の方がずっと美しいと言えます。

にもかかわらず私がディラックに同調するのは別の意味があります。私たちは理論物理学をやっていくとき，適用すべき原理が何であるかが正確にわからなくて苦心惨澹することが非常にしばしばあります。実際，時がたつにつれて物理の発展のもとになった原理は正しくなくなっても，そこで使われた数学は物理の中に生き残るというのはよくあることです。たとえば，ディラックの偉大な業績である電子論は，シュレーディンガーの波動方程式を相対論的に一般化して，量子力学と特殊相対論を一つに結びつけようという試みでし

---

*　これは厳密に言えば正しくありません。なぜかと言うと，もう一つ，いわゆる宇宙項があって，これをアインシュタイン方程式に加えることができます。この項のおかげで距離とともに増加する力が出てきます。もしこの宇宙項が十分小さくて，銀河や全宇宙のような大きな物体を理解するのに差しつかえないと仮定すれば，太陽系の規模の現象に対する影響は無視してよいでしょう。しかし，今日なぜ宇宙項がこんなに小さいのかという理由は誰も知らないということは認めざるを得ません。[（訳注）一様静的宇宙の解が得られるように付け加えられたのが宇宙項 $\Lambda g_{\mu\nu}$ で宇宙定数 Λ の観測的な上限は $10^{-57}\,\mathrm{cm}^{-2}$ とされている。]

た。現在ではこういう観点は一般的には捨てられたと思います*。たいていの人は，今日，場の量子論の枠内でなければ特殊相対論と量子力学を統一することはできないと考えています(ひもの理論は一種の場の理論です)。ですから，ディラックが従った原理は放棄されたのですが，彼のあの美しい方程式はすべての物理学者が常に手元に置いておく商売道具の一部になっております。ディラック方程式は生き残り，これからもずっと生き続けるでしょう。ディラックがひもの数学が十分美しく，物理学の窮極理論の一部として生き残ると考えるかどうかは，私にはもちろんわかりません。そう思うかもしれないし，思わないかもしれません。しかし，私たちがいろいろ試みていることをディラックが否認するなどとは私には考えられません。

---

* 一つには，ディラックのやり方は電子のようなスピン 1/2 の粒子の場合にだけうまくいくのです。事実，彼の理論の成功は，それによってなぜ電子がスピン 1/2 を持たなければならないかということを明らかにしたことにある，とディラックは考えました。もちろん，ディラックは，ほかにも α 粒子のようにスピンが 1/2 ではない粒子があることを知っていました。電子が他の粒子と際立って違う点は，より基本的粒子だということです。したがって，ディラックは基本粒子はすべてスピン 1/2 を持たなければならないと考えたに違いありません。1934 年のパウリとワイスコップの論文ではこの点を問題にしたのです。彼らはスピン 0 粒子の相対論的量子論を作ることが完全に可能であることを示しました。けれども，それは電磁場の量子論と同じように場の量子論であって，シュレーディンガーの波動方程式の相対論化ではありません(事実，荷電粒子であれば，これらスピン 0 の粒子は，自身とは異なる反粒子を持ちます。ボソンですから，明らかに反粒子を負エネルギー粒子の海の孔とみなすことはできません)。W ボソン，Z ボソン，それにヒッグスボソンを加えてもよいでしょうが，こういったスピン 1/2 でなく，かつ電子のようにどこから見ても基本粒子と考えられるような粒子を，今日私たちは知っております。

訳者あとがき

欧米諸国では著名な学者の名を冠した「誰々Lectures」という名前で継続的に行われている講義や講演が，学問分野を問わず少なくないようである。日本では物理の分野で言えば仁科記念講演がそれに相当すると言えよう。

本書はディラックを記念してケンブリッジ大学のセント・ジョーンズカレッジに創設されたディラック記念講演の第一回の記録を訳出したものである。

ディラックの業績とその深い意味については，まさにそれが本書の主題であり，ファインマン，ワインバーグという二人の碩学が，それぞれみずからの研究業績との関連から語って余すところがないし，二人の講演者の研究業績に関しては編集者まえおきの要を得た紹介で十分であろう。

蛇足かもしれないが，多少ディラックの伝記的側面をつけ加えておくことも無意味ではないであろう。ディラックの物理については高林武彦氏の『現代物理学の創始者』（みすず書房，1988）の中の「天才ディラックの物理学」と「ポール・ディラックを偲ぶ」がすぐれた興味深い評伝である。以下では同書を適宜参考にさせていただく。

ディラックは1902年ブリストルに生まれた。ブリストル

大学で電気工学を修め(1921)，1923 年からケンブリッジ大学のセント・ジョーンズカレッジでファウラーのもとで物理学の勉強を始めたのである。1925 年ハイゼンベルクのゼーマン効果に関する話を聞き，しばらくしてファウラーのもとに届いた彼の量子力学の論文の校正刷に刺激されて量子力学の研究を開始した。ハイゼンベルクやシュレーディンガーとは異なり，ハミルトン力学の形式にのっとって新理論を建設しようという意図に従って，物理量を表す非可換な q 数の代数的理論という形で量子力学の本質を，より直接的・一般的に捉えた点にディラックの仕事のスタイルの面目が躍如としている。続いて原子と光の相互作用を量子力学の原理に従って扱う輻射論，ファインマンの講演の最初に出てくる電子の相対論的理論と，画期的な理論を矢継ぎ早に完成する。パウリはディラックの思考の型をアクロバットのようだと言っていたそうであるが，電子の相対論的理論はその特徴をもっともはっきり示したものであろう。それはまた深いところでファインマンの考え方と共通しているのではなかろうか。本書のファインマンの主題たる反粒子の存在は，まさにディラックの相対論的電子論の帰結であったわけである。

相対論的電子論の直後，1929 年にディラックはハイゼンベルクと共に日本を訪れて，「量子統計力学の基礎」，「多くの電子を有する体系の量子力学」，「相対性電子論」の三つの専門的講義と「重畳原理と二次元の調和振動子」という通俗講演を一つしている。

その年の 3 月に大学を卒業されたばかりの朝永先生は京都

から講演を聞きに東京へ来られたわけであるが，ディラック，ハイゼンベルク二人の講演から強い刺激を受けたと語っておられる。（朝永著作集 11，「日本における量子力学の成立」）。ディラックは一所にいて，お互いに話をすることがなくても，少しも気づまりを感じない人で，相手をするのに少しも苦にならなかったと先生から伺ったことがある。

ディラックの輻射の理論と相対論的電子論は，光子と電子の相互作用を相対論的不変な形式で定式化する量子電気力学に発展し，1929 年のハイゼンベルクとパウリの理論となった。しかし，この理論も相対論的という点では不満足であり，ディラックは各電子ごとに独立の時間座標を与える「多時間理論」を提唱した。結局これはハイゼンベルク・パウリと同等なものであることがわかったが，後の朝永「超多時間理論」への道を開いたものであり，朝永・ファインマン・シュヴィンガーの量子電気力学のくりこみ理論に通じていくのである。

枚挙にいとまないほどのディラックの業績と共に，どうしても挙げておかなければならないのは，彼の有名な教科書「The Principle of Quantum Mechanics」であろう。第 1 版は 1930 年であり，戦後 1947 年の第 3 版で新しい記号の導入や量子電気力学の章は加わったが本質的には変わっていない。量子力学のバイブルであり，古典的名著とはこういう本を指すのであろう。本格的に量子力学を学んだという人でディラックの教科書のお世話にならなかった人はいないといっても過言ではなかろう。

量子電気力学に関連しては不定計量やλ極限，真空偏極などを量子化に関しては束縛条件のある系の量子化の研究を行なっているが，後者は最近のゲージ場の理論で不可欠の問題であり，次のワインバーグの講演の内容へと通じていくのである。

晩年ディラックの関心は一般相対論に向けられ，まだ重力の問題が人々の注意を引かなかった1950年代末に重力場の量子化に取り組んでいた。一方，1931年の磁気単極(モノポール)の提唱，1930年代末の宇宙定数への関心等は，広く宇宙論も視野に入れた物理法則の対称性の問題に対するディラックの強い関心の表明であろう。ゲージ場のトポロジカルな性質の重要性など，ディラックがすでに指摘していた問題が，現在の素粒子物理の進展に大きな役割を果たしていることをワインバーグの講演からも読みとることができよう。

編集者がこの二つの記念講演は，量子論と相対論を結びつけるというディラックのアイディアの対照的な側面をそれぞれ取り上げたものだと言っている。その意味は，ファインマンが反粒子はなぜ存在するかという具体的な問題に，ファインマンならではのやり方で話を進めているのに対し，ワインバーグは電弱統一理論を作り上げた人にふさわしく，自然の対称性というディラックの頭の中にあった広く深いアイディアを強調して，これまたワインバーグならではの話が展開されている。まことに，この二つの講演はディラックという稀有の巨匠が物理法則に対して持っていた奥深い考えを，ファインマンとワインバーグというこれまた並はずれた巨人たち

がどう理解し，自分たちの考えと関わらせて物理法則の本質にどのように迫っていったかを知る上で興味深い。

訳者のささやかな体験をつけ加えることをお許し願えるならば，二度だけディラックの話を聞いたことがある。その一つは1958年アメリカ物理学会年会(ニューヨーク)における特別講演で，重力場のハミルトン形式による量子化の話であった。当時このような問題に関心を持つ者は少なく，話の内容は理解できなかったが，黙って聞き入る聴衆を前にディラックが淡淡と話を進めるのが印象的であった。もう一つはヨーロッパ高エネルギー物理学国際会議において相対論的電子論50年を記念して催したディラックの特別講演である。I would like to talk to you about events that happened 50 years ago. という最初の言葉を今も思い起こすことができる。手にした原稿をほとんど見ることなく，1時間ほど端然と話し続ける姿は聴く者に深い感銘を与えた。天才の創造の秘密がまのあたり開示されていく思いで聞き入ったことを思い出す。ディラック70歳半ばのことである。

本書の翻訳をすすめて下さったのは培風館の村山高志氏であり，その後，怠け者で筆の遅い訳者を上手に辛抱強く助けて下さったのは飯島純子さんである。お二人なくしては本書はできなかった。心からお礼を申し上げる。

訳　　者

著 者 紹 介

リチャード・P. ファインマン

1918年5月21日ニューヨーク市に生まれる。マサチューセッツ工科大学(MIT)で学部を終え，1942年プリンストン大学大学院でジョン・ホィーラーの下でPh. D. の学位を得た。1942～1946年ロスアラモス国立研究所において研究に従事し(マンハッタン計画)，1946～1951年コーネル大学教授を経てカリフォルニア工科大学教授となる。

理論物理学者としてファインマン教授は物理学の基本的理解について重要な寄与をした。1965年，朝永振一郎，ジュリアン・シュウヴィンガーと共に量子電気力学の研究によりノーベル物理学賞を受賞した。物理学の大使ともいうべき役目としてのファインマン教授の寄与は専門の業績に優るとも劣らぬものがある。ベストセラー* の著者として，すばらしい講師として，あるいは時々テレビにも出演して，科学の専門

---

* 邦訳されているファインマン教授著作は次の通りである。
ファインマン物理学 I－V，岩波書店。
ご冗談でしょうファインマンさん I，II (大貫昌子訳)，岩波書店。
光と物質のふしぎな理論――私の量子電磁力学――(釜江常好・大貫昌子訳)，岩波書店。
困りますファインマンさん(大貫昌子訳)，岩波書店。
物理法則はいかにして発見されたか(江沢 洋訳)，ダイヤモンド社。

家，素人を問わず広範囲の人々に，彼の学問に対する情熱と学識を分ち与えた。

英国人のグウェネス・ホワースと結婚，夫人と二人の子供カール，ミシェルと共にカリフォルニアに住んだ。1988年2月死去。

物理以外にもドラムを叩き，絵を描き，ハイキングを楽しみ，人生万般について生き生きとした関心を持っていた。

スティーヴン・ワインバーグ

1933年5月3日ニューヨーク市に生まれる。コーネル大学で学部を終えプリンストン大学大学院に進み，在学中1年間コペンハーゲンのニールス・ボーア研究所に滞在し，1957年 Ph. D. の学位を得た。その後コロンビア大学，カリフォルニア大学バークレー校，マサチューセッツ工科大学，ハーヴァード大学を経て現在オースチンのテキサス大学物理学及び天文学教室教授。

ワインバーグ教授が今日第一級の物理学者の一人としての声価を得たのは，理論物理学，とくに素粒子物理学と宇宙論における革新的かつ先駆的な業績による。1979年シェルドン・グラショー，アブドゥス・サラムと共に電弱相互作用の統一理論の業績によりノーベル賞を受賞した。これは古典物理学におけるマクスウェル理論とアインシュタイン理論の統一の試み(不成功に終ったが)に類似したものである。ワインバーグ教授は，複雑な物理の概念を専門的な術語を使わずに説明できる人として有名である。それを証明しているのが

『宇宙創生はじめの三分間』(小尾信弥訳，ダイヤモンド社)であり，これに対して，すぐれた科学啓蒙書に与えられる賞が授けられた*。

ワインバーグ教授は法学部の教授である夫人とテキサスに住み，一人娘は医学部の学生である。余暇にはつとめて歴史書を読むという。またバレエ，演劇を楽しみ，近くのオースチンの丘をハイキングする。

---

* 他に邦訳されているものに次がある。
電子と原子核の発見(本間三郎訳)，日経サイエンス社。

小林澈郎 略歴

こばやしてつろう

1952年　東京文理科大学物理学科卒業
　　　　ペンシルヴェニア大学，
　　　　早稲田大学理工学研究所等を経て，
現　在　東京都立大学理学部教授，
　　　　理学博士
専　攻　高エネルギー物理学理論

主要著訳書

現代物理学概論（共訳，岩波書店）
電磁気学（訳，講談社）

1990年6月30日　初版発行
1990年9月30日　初版第2刷発行

素粒子と物理法則
—窮極の物理法則を求めて—

原著者　R.P. ファインマン
　　　　S. ワインバーグ
訳　者　小林澈郎
発行者　山本　格
発行所　株式会社 培風館
東京都千代田区九段南4-3-12・郵便番号 102
電話 (03)262-5256(代表)・振替東京4-44725

中央印刷組版・清和印刷・三水舎製本

PRINTED IN JAPAN

ISBN4-563-02196-2 C3042